

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

اصلاحیه راهنمای معلم

فیزیک (۳) و آزمایشگاه

سال سوم دبیرستان

رشته‌های علوم تجربی - ریاضی و فیزیک

کد ۳۸۹/۲

اصلاحیه راهنمای معلم فیزیک (۳) و آزمایشگاه

- لطفاً پیش از مطالعه کتاب موارد زیر اصلاح شود:
- در مثال ۱-۷ صفحه ۱۰، Pa به atm تبدیل شود.
- در مثال ۱-۱۱ صفحه ۱۳، در سطر هفتم $P.V. / 5^\circ$ به $P.V. / 15^\circ$ تبدیل شود.
- در فعالیت ۱-۳، صفحه ۱۶ جای قسمت‌های الف) و ب) عوض شود.
- در مثال ۱-۱۳، صفحه ۱۷ در شکل دوم و سوم V_f جلوتر برود و در امتداد خط چین دوم مشخص شده در شکل دوم قرار گیرد.
- در صورت مسئله ۱۲، صفحه ۳۴، ماشین به ماشین آرمانی تبدیل شود.
- در مثال ۲-۱۰، صفحه ۴۸، $10^9 \times 9$ به $10^9 \times 9/0$ تبدیل شود.
- در صفحه ۶۱، عبارت آزمایش ۲-۳ به آزمایش ۲-۲ تبدیل شود.
- در مثال ۲-۲۲، صفحه ۷۵، باتری ۱۲۷ به باتری $3/0V$ تبدیل شود.
- در صفحه ۱۰۱، در توضیح شکل ۳-۲۳، عبارت شکل ۲۱-۳ به شکل ۲۲-۳ تبدیل شود.
- در صفحه ۱۰۳، خط سوم و خط ماقبل آخر، واژه انشعاب به نقطه انشعاب تبدیل شود.

توضیح شکل اول فصل کتاب

- تصویر روی جلد، تخلیه‌های الکتریکی در دود آتشفشان ساکورا جیما را نشان می‌دهد که مانند یک آذرخش فضای بالای دهانه آتشفشان را درخشان کرده است و امواجی صوتی شبیه رعد گسیل می‌کند.
- این تخلیه‌های الکتریکی ناشی از ذرات بارداری است که در دود حاصل از آتشفشان وجود دارند. این دودها عمدتاً دارای بار مثبت‌اند، اما معمولاً ناحیه‌هایی از بار منفی را نیز دارند. این ناحیه‌ها می‌توانند بار خود را در یکدیگر و یا به سطح زمین تخلیه کنند. جریان حاصل از این تخلیه بار می‌تواند هوا را چنان گرم کند که هوا سریع‌تر از سرعت صوت انبساط یابد. این انبساط سریع، یک موج شوکی را ایجاد می‌کند که به صورت غرشی بلند به ناظر می‌رسد.
- دو اثر می‌تواند دلیل باردار شدن این دودها را توضیح دهد:
- ۱- وقتی ماگما در انتهای فوقانی مجرای آتشفشان خرد شود و سپس به درون دود پرت گردد، باردار می‌شود.
 - ۲- اگر آب، ناگهان با گدازه‌ای آتشفشانی مواجه شود، می‌تواند بر اثر فرایندی موسوم به اثر لیدن فراست دانه‌دانه شود و بر روی یک لایه بخار شناور گردد. هر یک از این قطره‌های بزرگ سریعاً به قطره‌های باردار کوچک‌تری تقسیم می‌شوند و این قطره‌ها سپس توسط دود هوای داغ و بخار آبی که در حال بالا رفتن است به درون جو، منتقل می‌شوند.
- وقتی ذرات باردار در هوا هستند، برخورد آنها می‌تواند بار را از ذره‌ای به ذره دیگر منتقل کند.

فصل ۱

در حجم ثابت با تقریب خوبی برابر $\frac{3}{2}R$ است. بنابراین، ΔU را می‌توان به صورت زیر نوشت:

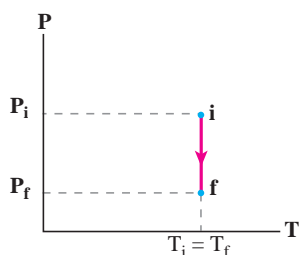
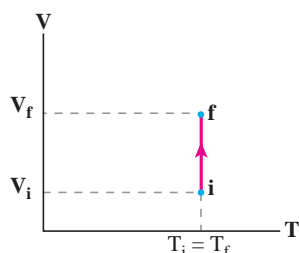
$$\Delta U = n \left(\frac{3}{2} R \right) \Delta T$$

فعالیت ۱-۱

اگر دما و فشار در نقاط مختلف یکسان نباشند، دما و فشار تا رسیدن به وضعیت تعادل ترمودینامیکی تغییر خواهند کرد. به عبارت دیگر، اگر دمای نقطه‌های مختلف گاز متفاوت باشد، بین آنها تبادل گرما صورت می‌گیرد تا به دمای یکسانی برسند. و همین‌طور اگر فشار نقطه‌های مختلف متفاوت باشد، ذرات گاز از نقاط پرفشار به نقاط کم‌فشار جریان می‌یابند، تا اینکه فشار یکسان شود و دستگاه به تعادل ترمودینامیکی برسد.

تمرین ۱-۲

الف) بدیهی است که در این آزمایش باید ترتیبی دهیم که حجم گاز داخل استوانهٔ حاوی گازی که در تماس با یک منبع گرما با دمای ثابت است به‌گونه‌ای تدریجی و ایستوار افزایش یابد. پس کاهش تدریجی ساچمه‌های سربی می‌تواند روشی قابل قبول باشد؛ البته این کار را می‌توان با روش‌های متفاوتی انجام داد. مثلاً می‌توان به جای ساچمه‌های سربی از کیسهٔ شنی استفاده کرد که سوراخ کوچکی در آن ایجاد شده، به‌گونه‌ای که شن به آرامی از آن خارج می‌شود. با کاهش وزن روی پیستون و در نتیجه فشار گاز، پیستون به سمت بالا حرکت می‌کند و در نتیجه، گاز منبسط و دچار افت دما می‌شود. نمودارهای $P-T$ و $V-T$ این فرایند به صورت زیر می‌شود:



تمرین ۱-۱

الف) از قانون اول ترمودینامیک (معادلهٔ ۳-۱) و گرمایی که در فرایند هم‌حجم مبادله می‌شود (معادلهٔ ۴-۱) استفاده می‌کنیم. با توجه به اینکه در فرایند هم‌حجم $W=0$ است، داریم:

$$\Delta U = Q + W = Q = nC_v \Delta T$$

بنابراین، تغییر انرژی درونی گاز برابر است با:

$$\Delta U = nC_v (T_f - T_i)$$

ب) برای گازهای کامل تک‌اتمی، ظرفیت گرمایی مولی

است، بیشترین دما را دارد و بدین ترتیب $T_4 > T_3 > T_2 > T_1$ است؛ البته می‌توانستیم مسئله را به‌ازای یک فشار معین نیز بررسی کنیم. در آن صورت، معادله حالت گاز کامل را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$V = \left(\frac{nR}{P} \right) T$$

حال اگر خطی افقی بر محور فشار رسم کنیم، به‌گونه‌ای که هر چهار نمودار را قطع کند، از رابطه بالا درمی‌یابیم که کمترین حجم مربوط به کمترین دما و بیشترین حجم مربوط به بیشترین دما است. بنابراین داریم:

$$T_4 > T_3 > T_2 > T_1$$

از این تمرین درمی‌یابیم که نمودارهای هم‌دما برای ما حکم یک دماسنج را دارند و با مشاهده آنها در مقایسه با یکدیگر می‌توان درباره دما اظهار نظر کرد.

فعالیت ۳-۱

در این فعالیت باید جای قسمت‌های الف) و ب) جایگزین شود؛ یعنی نخست باید ثابت کنیم که در تمام فرایندها $\Delta U = nC_V \Delta T$ است. به این منظور فرایند هم‌حجمی را در نظر بگیرید. با توجه به اینکه در این فرایند $W = 0$ است، از قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U = nC_V \Delta T$$

اما از طرفی دیدیم که انرژی درونی مستقل از مسیر است و برای کلیه فرایندهایی که حالت اولیه و نهایی یکسانی دارند، برابر است. به عبارت دیگر، تغییر در انرژی داخلی یک گاز فقط به تغییر دمای گاز بستگی دارد و نه به نوع فرایندی که موجب تغییر دما شده است. بنابراین، این رابطه برای هر فرایندی نیز برقرار است.

ب) اکنون قانون اول ترمودینامیک را برای فرایندی هم‌فشار بررسی می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q + W \\ &= nC_p \Delta T + W \end{aligned}$$

برای فرایند هم‌فشار، W را می‌توانیم به صورت $-P\Delta V$ در نظر بگیریم (معادله ۱-۶) که با توجه به قانون گازهای کامل

(آزمایش دیگری که آن را در فعالیت ۲-۱ برای تراکم توضیح دادیم، قرار دادن یک سرنگ سر بسته در مقداری آب و یخ است. پس از مدتی که به تعادل ترمودینامیکی رسیدیم، پیستون را به آرامی بیرون بکشید).

ب) چون گاز منبسط شده است، پس گاز (دستگاه) روی محیط کار انجام داده و $W < 0$ است. از طرفی بر اثر انبساط گاز، دمای گاز کاهش می‌یابد که این کاهش را با گرفتن گرما از محیط جبران می‌کند. پس چون دستگاه از محیط گرما می‌گیرد، $Q > 0$ است. این را به‌طور مستقیم از قانون اول ترمودینامیک نیز می‌توانیم ببینیم. چون فرایند هم‌دماست ($\Delta U = 0$). بنابراین $Q + W = 0$ است. با توجه به اینکه $W < 0$ است، باید $Q > 0$ باشد.

فعالیت ۲-۱

اکنون با فشردن پیستون و متراکم کردن گاز، دمای آن در ابتدا کمی زیاد می‌شود، ولی این افزایش دما با دادن گرما به محیط که صرف ذوب کردن هم‌دمای یخ‌ها می‌شود، جبران می‌شود تا اینکه گاز دوباره با محیط هم‌دما شود.

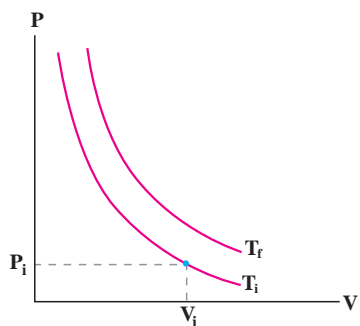
هدف از این فعالیت و نیز تمرین ۲-۱ آن است که به دانش‌آموزان گوشزد شود که در فرایند هم‌دما گاز با محیط تبادل گرما می‌کند، بی‌آنکه دمایش تغییر کند. در واقع اهمیت فرایند هم‌دما در تبدیل مستقیم کار و گرما به یکدیگر است. وقتی دستگاه روی محیط کار انجام می‌دهد، به همان اندازه کار، دستگاه از محیط گرما می‌گیرد.

تمرین ۳-۱

با توجه به معادله حالت گاز کامل داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow P = \left(\frac{nR}{V} \right) T$$

حال خطی عمودی بر محور حجم رسم کنید به‌گونه‌ای که هر چهار نمودار را قطع کند. از رابطه بالا درمی‌یابیم که به‌ازای این مقدار ثابت، فشار کمتر مربوط به دمای کمتر است. بنابراین، کمترین T_1 که محور فشار را در جای پایین‌تری قطع کرده است، کمترین دما را دارد و منحنی T_4 که محور فشار در جای بالاتری قطع کرده



($PV=nRT$) به صورت $W = -nR\Delta T$ درمی‌آید. در نتیجه :

$$\Delta U = nC_p\Delta T - P\Delta V = nC_p\Delta T - nR\Delta T$$

از طرفی، در قسمت (الف) نشان دادیم که $\Delta U = nC_v\Delta T$

برای هر فرایندی برقرار است. بنابراین داریم :

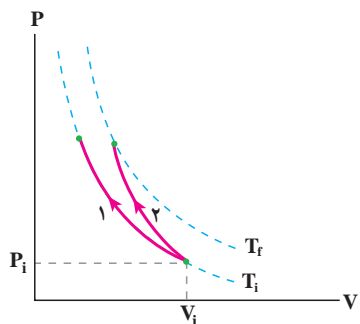
$$nC_v\Delta T = nC_p\Delta T - nR\Delta T$$

و در نتیجه :

$$C_p - C_v = R$$

بدیهی است که در تراکم هم‌دما، دما تغییر نمی‌کند و همواره

$T=T_i$ است (مسیر ۱). ولی در قسمت الف، نشان دادیم که در تراکم هم‌دما، دمای گاز افزایش می‌یابد، پس گاز باید به دمای بالاتری مثل دمای T_f برسد (مسیر ۲).



(پ) چون سطح زیر نمودار مربوط به تراکم بی‌دررو بیشتر است، $|W|$ برای این فرایند مقدار بیشتری دارد.

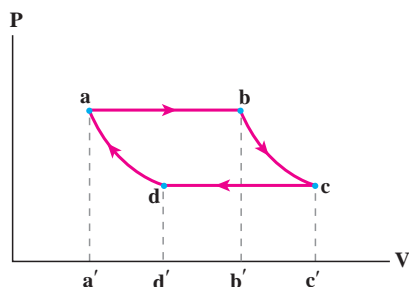
فعالیت ۴-۱

وقتی در نوشابه باز می‌شود، گاز محبوس در بالای آن انبساط می‌یابد. این انبساط چنان سریع صورت می‌گیرد که آن را می‌توان تقریباً بی‌دررو پنداشت. بنابراین، تنها انتقال انرژی ممکن برای انبساط گاز، ناشی از انرژی گرمایی خود گاز است. بنابراین، گاز انرژی گرمایی از دست می‌دهد و سردتر می‌شود که این باعث می‌شود بخار آب موجود در گاز در حال انبساط به صورت قطرات آب درآید. این قطرات موجود در هوا، هالهٔ رقیقی را تشکیل می‌دهند که در اطراف دهانهٔ بطری دیده می‌شود.

(توجه کنید اگر دمای مایع در نزدیک نقطهٔ انجماد باشد یخ زدن نوشابه نیز ممکن است. چرا که وقتی در بطری باز می‌شود، فشار داخل آن ناگهان تا فشار جو کاهش می‌یابد و با بالا رفتن نقطهٔ انجماد، مایع که دمای آن اکنون زیر آن نقطه قرار دارد، تمایل پیدا می‌کند که یخ بزند.)

فعالیت ۵-۱

برای آنکه منظور مشخص شود، محل‌های تقاطع نقاط خط‌چین با محور V را به ترتیب با a' ، b' ، c' و d' نمایش می‌دهیم :



تمرین ۴-۱

(الف) با توجه به رابطهٔ ۸-۱ ($\Delta U = W_{\text{دررو}}$) و با توجه به اینکه در تراکم، کار محیط روی گاز (دستگاه) مثبت است، نتیجه می‌گیریم: $\Delta U > 0$. چون گاز، کامل است افزایش انرژی درونی گاز با افزایش دمای آن همراه است؛ یعنی دمای گاز افزایش می‌یابد. این نتیجه از رابطهٔ $\Delta U = nC_v\Delta T$ نیز قابل مشاهده است.

(ب) رسم منحنی‌های هم‌دما را در تمرین ۳-۱ آموختیم و دریافتیم که دمای بالاتر مربوط به خم بالاتر است. یعنی

ب) طبق قانون اول ترمودینامیک $\Delta U = Q + W$ است که در آن W کار محیط و Q کل گرمای مبادله شده است. چون یک چرخه طی شده $\Delta U = 0$ است و همان طور که در قسمت الف بیان کردیم، دستگاه در فرایندهای $1 \rightarrow 2$ و $3 \rightarrow 4$ تبادل گرما ندارد. بنابراین:

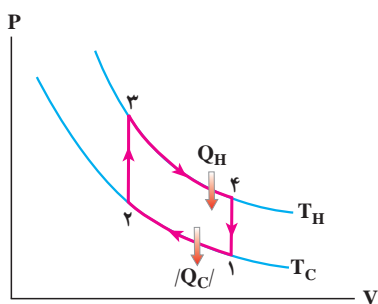
$$Q = Q_H + |Q_C| = Q_{12} + Q_{23}$$

و در نتیجه:

$$Q_{12} + Q_{23} + W_{\text{چرخه}} = 0$$

فعالیت ۱-۶

نمودار $P-V$ برای ماده کاری یک ماشین استرلینگ آرمانی در شکل زیر رسم شده است:



در مقایسه با چرخه کارنو درمی یابیم که هر دوی این ماشین ها دارای انتقال گرمایی هم دما در دماهای T_C و T_H هستند، اما دو فرایند هم دمای چرخه ماشین استرلینگ نه با فرایندهای بی دررو، بلکه با فرایندهای هم حجمی به هم متصل شده اند.

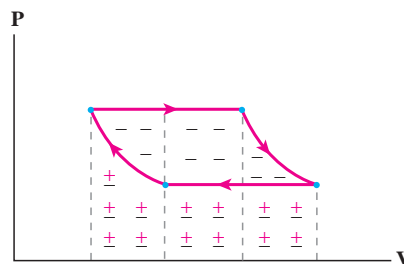
مراحل عمل یک ماشین استرلینگ آرمانی به این ترتیب است که دو پیستون، یکی پیستون انبساط در سمت چپ و دیگری پیستون تراکم در سمت راست به یک میله متصل اند. وقتی میله دوران می کند، این پیستون ها در فاز مخالف حرکت می کنند. فضای بین دو پیستون با گاز پر شده است و قسمت چپ این فضا به یک منبع داغ (سوخت در حال احتراق) وصل است، در حالی که سمت چپ آن در تماس با یک منبع سرد است. بین دو بخش گاز دستگاهی موسوم به باز مولد (regenerator) قرار دارد، که از یک

بنابراین، قدر مطلق کار انجام شده در فرایند da برابر مساحت سطح $add'a'$ ، قدر مطلق کار انجام شده در فرایند ab برابر مساحت سطح $abb'a'$ و قدر مطلق کار انجام شده در فرایند bc برابر مساحت سطح $bcc'b'$ و قدر مطلق کار انجام شده در مسیر bc بر مساحت سطح $dcc'd'$ است.

اما علامت های کار با توجه به اینکه در فرایندهای cd و da از حجم کاسته شده، منفی و در فرایندهای ab و bc که به حجم افزوده شده، مثبت است.

ب) کار انجام شده در چرخه برابر جمع جبری کارهای انجام شده در هر چهار فرایند است. اگر مساحت ها و علامت های کار را که در قسمت الف بررسی کردیم، لحاظ کنیم، درمی یابیم که اندازه کار برابر با مساحت محصور داخل چرخه می شود.

پ) چون چرخه به طور ساعتگرد پیموده شده است، علامت کار محیط منفی می شود. توجه کنید که این نتیجه براساس رابطه $W = -P\Delta V$ اثبات می شود. به عبارت دیگر، شکلی شبیه زیر داریم که در آن علامت منفی غالب شده است.

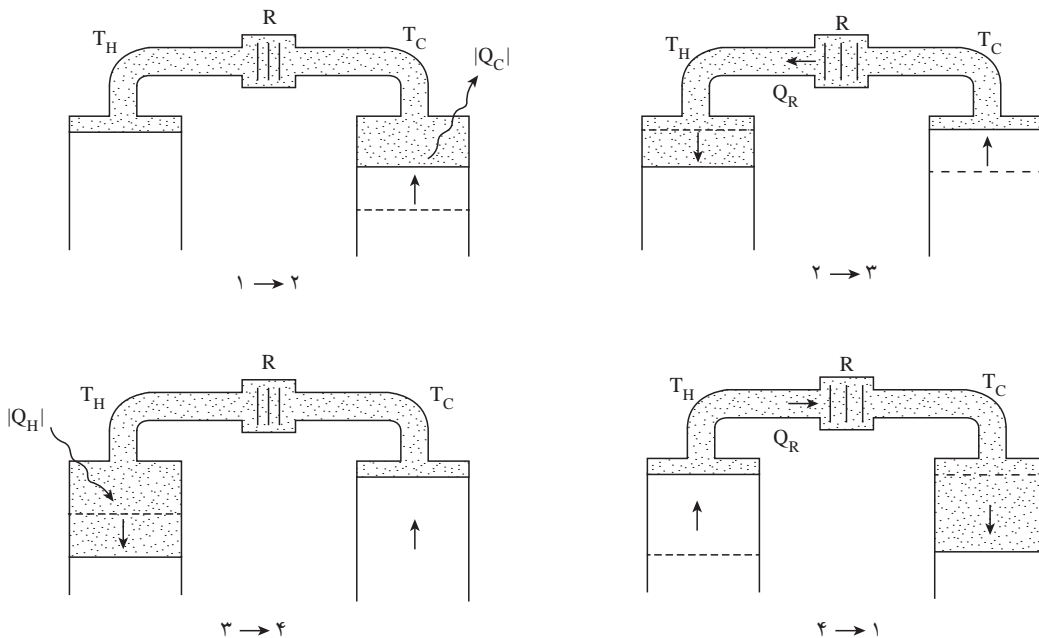


تمرین ۱-۵

الف) همان طور که در شکل ۱-۱۶ نشان داده شده، دستگاه در مرحله $1 \rightarrow 2$ گرما گرفته، چرا که انبساطی هم فشار داریم. در مرحله $2 \rightarrow 3$ انبساطی بی دررو داریم و بنابراین، هیچ تبادل گرمایی نداریم. فرایند $3 \rightarrow 4$ تراکمی هم فشار است و همان طور که در شکل نشان داده شده، دستگاه گرما از دست می دهد. در مورد فرایند $4 \rightarrow 1$ ، همان طور که در متن درس به آن اشاره شده است، دستگاه فرایندی بی دررو را طی می کند و بنابراین تبادل گرمایی نداریم.

قرار دارد. برای انجام این کار، بازمولد گرمای Q_R را به گاز می‌دهد. توجه کنید که فرایند $۳ \rightarrow ۲$ در حجم ثابت رخ می‌دهد. $۳ \rightarrow ۴$ اکنون در حالی که پیستون سمت چپ به منبع گرم وصل است به حرکت خود به سوی پایین ادامه می‌دهد، پیستون سمت راست ساکن باقی می‌ماند و باعث می‌شود که گاز دستخوش یک انبساط تقریباً هم‌دما شود که در طی آن گرمای Q_H در دمای T_H جذب می‌شود.

$۴ \rightarrow ۱$ هر دو پیستون در جهت مخالف یکدیگر حرکت می‌کنند. بنابراین، گاز را از طریق بازمولد از طرف داغ به طرف سرد می‌رانند و تقریباً همان مقدار گرمای Q_R را که در فرایند $۲ \rightarrow ۳$ جذب شده بود به بازمولد پس می‌دهد. این فرایند عملاً در حجم ثابت رخ می‌دهد.



طوری تنظیم می‌شود که احتراق تقریباً به طور هم‌فشار - در حالی که در حین احتراق پیستون به سمت خارج حرکت می‌کند - انجام گیرد. بقیه چرخه - یعنی ضربه قدرت، خروج گاز از دریچه و ضربه خروج - دقیقاً مثل ماشین بنزینی است. در ماشین دیزلی نیز مانند ماشین بنزینی از اثرهای اتلافی چشم‌پوشی می‌شود.

بسته پشم فولاد و یا مواد دیگری که رسانش گرمایی بسیار پایینی دارند، تشکیل شده است، به طوری که می‌توانند اختلاف دمای بین دو انتهای گرم و سرد را، بدون رسانش گرمایی قابل ملاحظه‌ای حفظ کنند. مراحل چرخه استرلینگ به ترتیب زیر است:

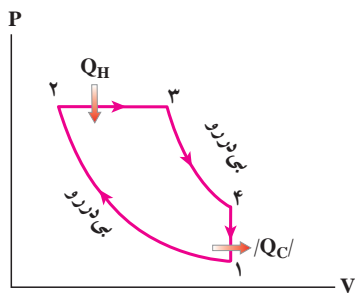
$۱ \rightarrow ۲$ هنگامی که پیستون سمت چپ در بالا قرار می‌گیرد، پیستون سمت راست تا نیمه‌راه بالا می‌رود و گاز سرد را که در تماس با منبع سرد است، متراکم می‌کند و بنابراین باعث خروج گرمای Q_C می‌شود. این تراکم تقریباً هم‌دما است.

$۲ \rightarrow ۳$ پیستون سمت چپ به پایین و پیستون سمت راست به بالا می‌رود، به طوری که هیچ‌گونه تغییری در حجم ایجاد نمی‌شود، اما گاز از طریق بازمولد از قسمت سرد به قسمت داغ رانده می‌شود و وارد قسمت چپ می‌شود که در دمای بالاتر T_H

فعالیت ۱-۷

در ماشین‌های دیزلی فقط هوا در قسمت ورودی پذیرفته می‌شود. هوا به طور بی‌دررو متراکم می‌شود تا اینکه دما به قدر کافی بالا رود و بتواند گازوئیلی را که به داخل استوانه پاشیده می‌شود، پس از تراکم محترق کند. میزان پاشیده شدن گازوئیل

نمودار P-V چرخه ماشین‌های دیزلی چنین است :



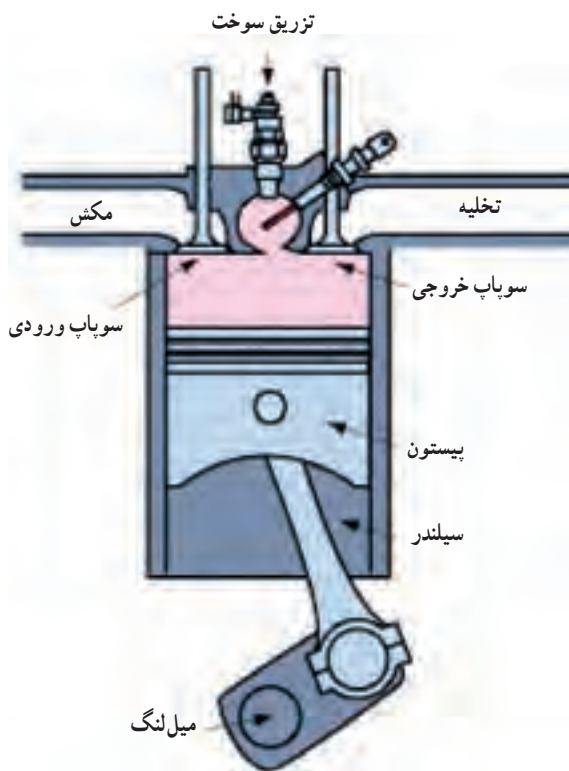
پرسش ۱-۲

برخلاف انتظار - که یک خطای رایج است - هر چه اختلاف دمای دو منبع گرما به یکدیگر نزدیک‌تر باشد، مقدار K بیشتر است. به همین دلیل است که دستگاه‌های تهویه در آب و هوای معتدل بهتر عمل می‌کنند. اگر مثل ماشین کارنو، یخچال کارنو نیز معرفی می‌شد از آنجا درمی‌یافتیم که در مخرج ضریب عملکرد اختلاف دمای $T_H - T_C$ ظاهر می‌شود که گفته بالا را تأیید می‌کند. به عبارت دیگر، برای یخچال کارنو، پس از کمی عملیات جبری به رابطه زیر می‌رسیم :

$$K_C = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

پس هر چه اختلاف دمای منبع‌های گرم و سرد کمتر باشد، عملکرد یخچال بهتر است.

توجه کنید که چون در ماشین دیزلی فقط هوا متراکم می‌شود و در مرحله تراکم سوختی در سیلندر نیست، سوختن در این ماشین‌ها پیش از موقع اتفاق نمی‌افتد و لذا می‌توان نسبت تراکم را تا مقادیر زیادی بالا برد. شکل زیر طرحی از نوع جدید این ماشین‌ها را نشان می‌دهد.



راهنمای پاسخ‌یابی فصل اول

پرسش‌ها

۱- همان‌طور که در متن درس اشاره شد، اگر مطابق شکل ۱-۶ پیستون را با گیره‌هایی ثابت کنیم و دمای گاز محبوس را با استفاده از منبع گرمایی به تدریج افزایش دهیم، فشار گاز طی یک فرایند هم‌حجم آرمانی، افزایش می‌یابد.

۲- الف) در تمرین ۱-۳ کتاب نشان دادیم که هر چه دمای فرایند هم‌دمای بیشتر باشد، منحنی‌های هم‌دمای بالاتر قرار می‌گیرند. از طرفی، در نمودار $P-V$ سطح زیر خم، معرّف کار انجام شده است. بنابراین، مساحت زیر یک خم با دمای بالاتر، بیشتر از مساحت زیر خمی با دمای کمتر است و بنابراین اندازه کار نیز بیشتر است.

ب) قانون اول ترمودینامیک را در نظر بگیرید :

$$\Delta U = Q + W$$

در فرایند هم‌فشار، با توجه به اینکه در اینجا انبساط داریم، کار روی دستگاه، $W = -P\Delta V$ منفی است. همچنین از قانون گازهای کامل می‌دانیم که در فشار ثابت، با افزایش حجم، دما باید افزایش یابد. بنابراین، در این فرایند $\Delta U > 0$ است و در نتیجه باید Q حتماً مقداری مثبت و بزرگ‌تر از اندازه W باشد تا $\Delta U > 0$ باشد. به عبارت دیگر، باید به گاز کامل گرما دهیم.

۳- این آزمایش، مشابه حالتی است که گاز محبوس در استوانه‌ای در تماس با یک منبع گرمایی با دمای قابل تنظیم است و دمای منبع اندکی بالا می‌رود. به علت اختلاف دمای بین منبع و هوای درون سرنگ، گرمای کمی به هوای محبوس منتقل می‌شود و هوا اندکی منبسط می‌شود و پیستون سرنگ را اندکی به بالا می‌راند. اگر گرما دادن را به همین روش تدریجی ادامه دهیم، پیستون سرنگ بسیار آهسته به بیرون حرکت می‌کند. در این وضعیت، شتاب حرکت پیستون، بسیار کوچک و نزدیک به صفر است و بنابراین می‌توان گفت که در طی گرما دادن همواره فشار هوای داخل سرنگ ثابت می‌ماند. بنابراین، آنچه رخ می‌دهد نمونه‌ای از فرایند انبساط هم‌فشار است.

۴- الف) خیر. از مطالعه آزاد کتاب، یادآوری می‌کنیم که

در یخچال مایع اشباع‌پذیر از مخزنی با فشار بالا از شیر خفقا نشی (شیر سوزنی) عبور می‌کند و به ناحیه‌ای با فشار پایین می‌رود. تحت این عمل، دمای آن به حدی پایین می‌آید که از منبع سرد (مواد غذایی و قالب های یخ) هم سردتر می‌شود و در نتیجه از آنها گرمای Q_C را می‌گیرد و پس از آن به دلیل اشباع‌پذیر بودن، بلافاصله تبخیر و به بخار تبدیل می‌شود و آن‌گاه در کمپرسور به طور بی‌دررو فشرده می‌شود و دمایش به حدی بالا می‌رود که دمایش از منبع گرم (هوای آشپزخانه) نیز گرمتر می‌شود و در نتیجه به آن گرمای Q_H می‌دهد. حال ببینیم با بازگذاشتن در یخچال چه تأثیری در این فرایند ایجاد می‌شود. وقتی در یخچال را باز می‌گذاریم اندکی هوای داخل یخچال، گرم‌تر می‌شود. در نتیجه، منبع سرد گرم‌تر می‌شود و بنابراین مایع به شدت سرد اشباع‌پذیر، گرمای بیشتری از منبع سرد می‌گیرد و بدین ترتیب Q_C بزرگ‌تر می‌شود. پس از قانون اول ترمودینامیک در می‌یابیم که یقیناً بر مقدار Q_H ، یعنی دمایی که گاز اشباع‌پذیر به آشپزخانه می‌دهد افزوده می‌شود و بنابراین آشپزخانه گرم‌تر می‌شود.

ب) در قسمت یخ ساز، گرما از یخ گرفته شده و به گاز درون لوله‌ها داده می‌شود و چون بر فک، نارسانای گرمایی است این عمل به خوبی انجام نمی‌شود و در حالی که موتور مرتب کار می‌کند، Q_C از حد مطلوب کمتر شده که این ضریب عملکرد یخچال را پایین می‌آورد و این باعث می‌شود دمای هوا به حد مطلوب کم نشود و زمان یخ بستن نیز طولانی‌تر شود.

۵- الف) قدر مطلق کار برابر با مساحت زیر نمودار فرایند در صفحه $P-V$ است. از روی شکل دیده می‌شود که مساحت زیر نمودار فرایند هم‌فشار از همه بیشتر و مساحت زیر نمودار فرایند بی‌دررو از همه کمتر است. بنابراین، اندازه کار انجام شده از کمترین تا بیشترین به ترتیب بی‌دررو، هم‌دمای هم‌فشار است.

ب) از قانون گازهای کامل در می‌یابیم که در فرایند هم‌فشار با افزایش حجم، دما افزایش می‌یابد. در فرایند هم‌دمای نیز بدیهی است دما ثابت می‌ماند. در فرایند بی‌دررو نیز از قانون اول ترمودینامیک در می‌یابیم که در انبساط کاهش دما داریم. این موارد همگی در شکل

نیز مشخص شده است. بنابراین، دمای نهایی در این سه فرایند از کمترین تا بیشترین به ترتیب بی دررو، هم‌دما و هم‌فشار می‌شود.

پ) در فرایند بی‌دررو $Q = 0$ است. برای مقایسه فرایندهای هم‌دما و هم‌فشار نیز باید به قانون اول ترمودینامیک رجوع کنیم. با توجه به اینکه تغییر انرژی داخلی و اندازه کار در فرایند هم‌دما از فرایند هم‌فشار کمتر است، بنابراین در این مورد نیز ترتیب گرمای داده شده به ترتیب از کمترین تا بیشترین بی‌دررو، هم‌دما و هم‌فشار می‌شود.

۶- باید بازده ماشین کارنو (معادله ۱-۱۳) را استفاده کنیم:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

توجه کنید که در این رابطه T_C و T_H برحسب کلوین هستند. بنابراین، باید نقطه انجماد و نقطه جوش را به کلوین تبدیل کنیم:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{(0 + 273)K}{(100 + 273)K} \approx 0.27$$

بنابراین، بازده ماشین کارنو ۲۷٪ است و ادعای مخترع درست نیست؛ زیرا بازده ماشین او از بیشترین بازده محتمل بیشتر است.

۷- از قانون اول ترمودینامیک استفاده می‌کنیم:

$$\Delta U = Q + W$$

که در آن W کار محیط است. توجه کنید که در اینجا فرایندی چرخه‌ای داریم و $\Delta U = 0$ در مورد علامت W نیز می‌توانیم این فرایند را به سه بخش تقسیم کنیم. بدیهی است در فرایند هم‌حجم، کار صفر است. اما مساحت زیر فرایند هم‌فشاری که در آن حجم کاهش یافته است، بیشتر از فرایند دیگری است که در آن افزایش حجم داریم؛ بنابراین، کار محیط مثبت و کار دستگاه منفی است. اکنون با توجه به قانون اول ترمودینامیک برای فرایند چرخه‌ای می‌دانیم $Q = -W$ است و بنابراین Q نیز منفی می‌شود.

۸- برای کار انجام شده توسط گاز باید چرخه ساعتگردی را پیدا کنیم که بیشترین مساحت محصور را داشته باشد. اگر بررسی کنید، چرخه‌ای که شامل c و e است، واجد این خصوصیت است.

برای کار انجام شده توسط محیط باید چرخه پاد ساعتگردی را پیدا کنیم که بیشترین مساحت محصور را داشته باشد. اگر بررسی کنید، چرخه‌ای که شامل a و f است، واجد این خصوصیت است. (توجه: شاید در صورت این پرسش بهتر بود به جای واژه بیشینه از بیشترین مقدار مثبت استفاده می‌شد)

مسئله‌ها

۱- در فرایند هم‌حجم، کار صفر است. برای محاسبه گرمای مبادله شده از رابطه ۱-۴ ($Q = nC_V \Delta T$) استفاده می‌کنیم. به جای ΔT می‌توانیم از قانون گازهای کامل ($PV = nRT$) استفاده کنیم. با نمو گرفتن از آن داریم:

$$\Delta T = \frac{V \Delta P}{nR}$$

و از طرفی برای گاز کامل تک‌اتمی $C_V = \frac{3}{2}R$ است. بنابراین، در یکاهای SI خواهیم داشت:

$$Q = \left(\frac{3}{2}R\right) \left(\frac{V \Delta P}{R}\right) = \frac{3}{2} V \Delta P$$

$$= \frac{3}{2} (\lambda / 3) (3 - 1/5) \times 10^5$$

$$= 1/8 \times 10^2 J$$

توجه کنید که برای افزایش فشار باید به گاز گرما داد و علامت مثبت Q نیز نشان می‌دهد که این گرمایی است که گاز می‌گیرد تا افزایش فشار دهد. حال اگر به جای گرما دادن، حجم گاز را کم کنیم، نخست برای کار داریم:

$$W = -P \Delta V = -(1/5 \times 10^5) \left(\frac{\lambda / 3}{2} - \lambda / 3\right) \times 10^{-3} m^3$$

$$= 6/2 \times 10^2 J$$

توجه کنید که علامت کار مثبت شده است و این به معنای آن است که روی دستگاه کار انجام شده است. برای محاسبه گرمای مبادله شده از رابطه $Q = nC_p \Delta T$ (معادله ۱-۷) استفاده می‌کنیم. در این رابطه به جای ΔT دوباره از قانون گازهای کامل استفاده می‌کنیم. اما توجه کنید که این بار فشار ثابت است. بنابراین داریم:

$$Q = nC_p \left(\frac{P \Delta V}{nR}\right)$$

با توجه به اینکه Cp برای گازهای کامل تک‌اتمی برابر را برای ماشین کارنو نیز می‌توان به کار برد.

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H}$$

در نتیجه

$$|W| = (\eta) (Q_H)$$

$$= (0/20) (750 \text{ J}) = 165 \text{ J}$$

(ب) این بار از رابطه ۱-۱۲ استفاده می‌کنیم:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

و در نتیجه

$$|Q_C| = (1 - \eta) Q_H = (1 - 0/22) (750 \text{ J}) = 585 \text{ J}$$

که به این نتیجه با استفاده از قانون اول ترمودینامیک نیز

می‌توانستیم برسیم:

$$|Q_C| = Q_H - |W| = 750 \text{ J} - 165 \text{ J} = 585 \text{ J}$$

۵- الف) نخست قانون اول ترمودینامیک را برای مسیر

abc می‌نویسیم:

$$\Delta U_{abc} = Q_{abc} + W_{abc} = 90 \text{ J} + (-70 \text{ J}) = 20 \text{ J}$$

(ب) قدر مطلق کار انجام شده برابر با سطح زیر نمودار

فرایند در صفحه P-V است. بنابراین، بدیهی است که سطح زیر

مسیر adc کمتر از سطح زیر مسیر abc است و در نتیجه اندازه

کار در مسیر adc کمتر از اندازه کار در مسیر abc است.

برای مقایسه گرمای داده شده به گاز، باید از قانون اول

ترمودینامیک استفاده کنیم: $Q = \Delta U + W$. چون برای هر

دو مسیر یکسان است باید Wها را با هم مقایسه کنیم. چون کار

در مسیر adc کوچک‌تر است، Q نیز در مسیر adc کوچک‌تر

می‌شود.

(پ) چرخه بسته‌ای را در نظر بگیرید که شامل مسیر abc و

مسیر خمیده بازگشت است. چون

$$\Delta U = \Delta U_{abc} + \Delta U_{ca} = 0$$

نتیجه می‌گیریم که باید به اندازه 20 J ΔU_{abc} از گاز

انرژی بگیریم.

۶- چون فرایندی چرخه‌ای داریم $\Delta U = 0$ است. بنابراین

$Q = -W$ می‌شود که در آن W کار محیط است. از طرفی

با توجه به اینکه Cp برای گازهای کامل تک‌اتمی برابر $\frac{5}{2} R$ است، خواهیم داشت:

$$Q = \frac{5}{2} P \Delta V = \frac{5}{2} (1/5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}) (\frac{8/3}{2} - 8/3) \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$= -1/5 \times 10^3 \text{ J}$$

علامت منفی نشان‌دهنده این است که دستگاه، با انجام این

فرایند هم‌فشار باید گرما از دست بدهد.

۲- الف) در یک فرایند چرخه‌ای $\Delta U = 0$ است و در

نتیجه از قانون اول ترمودینامیک نتیجه می‌گیریم که $Q = -W$

است. با توجه به اینکه چرخه ساعتگرد طی شده، کار محیط

منفی است (توجه کنید که نیازی به حفظ کردن نیست و می‌توانید

همواره با مقایسه مساحت زیر منحنی‌ها به منفی یا مثبت بودن کار

پی ببرید).

(ب) در قسمت الف دیدیم که اصلاً گرمای مبادله شده،

مثبت است و $W = -Q = -400 \text{ J}$ نتیجه می‌دهد.

۳- چون یک فرایند چرخه‌ای داریم $\Delta U = 0$ است. ΔU

را می‌توانیم به دو قسمت، تقسیم کنیم: $\Delta U = \Delta U_{abc} + \Delta U_{cda}$ ،

بنابراین از اینجا $\Delta U_{cda} = 200 \text{ J}$ می‌شود. حال قانون اول

ترمودینامیک را برای مسیر cda می‌نویسیم:

$$\Delta U_{cda} = Q_{cda} + W_{cda}$$

$$= (Q_{cd} + Q_{da}) + (W_{cd} + W_{da})$$

طبق فرض $Q_{da} = 80 \text{ J}$ و $Q_{cd} = 180 \text{ J}$ است. از طرفی،

فرایند da فرایندی هم‌حجم است و $W_{da} = 0$ است. بنابراین:

$$200 = (80 + 180) + W_{cd}$$

در نتیجه $W_{cd} = -60 \text{ J}$ می‌شود که این کار محیط است،

بنابراین، کار دستگاه 60 J می‌شود.

۴- الف) نخست بازده را برای این ماشین کارنو به دست

می‌آوریم:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{280 \text{ K}}{360 \text{ K}}$$

$$\approx 0/22$$

بنابراین، بازده این ماشین کارنو حدوداً ۲۲٪ است. توجه

کنید رابطه (۱-۱) برای هر ماشینی درست است. بنابراین، آن

$$m = \frac{8000 \text{ J}}{5/0 \times 10^4 \text{ J/g}} = 0.16 \text{ g}$$

(ت) ماشین در هر ثانیه 4°C چرخه را می‌پیماید. بنابراین، زمان پیمودن یک چرخه، $\frac{1}{4} \text{ s}$ می‌شود. پس توان ماشین برابر است با:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{2000 \text{ J}}{\frac{1}{4} \text{ s}} = 8000 \text{ W} = 8 \text{ kW}$$

۹- الف) توجه کنید که برای تبدیل آب با دمای 2°C به یخ

با دمای 1°C - چه فرایندهایی طی می‌شود:

یخ 1°C - \rightarrow یخ 0°C \rightarrow آب 0°C \rightarrow آب 2°C

بنابراین، مقدار گرمایی که در هر ساعت باید از آب گرفته

شود، برابر است با:

$$\begin{aligned} Q_C = |Q| &= mc_{\text{آب}} \Delta\theta + mL_f + mc_{\text{یخ}} \Delta\theta' \\ &= (1/5 \text{ kg}) (4/2 \times 10^3 \text{ J/kg.K}) (2^\circ \text{K}) + \\ &+ (1/5 \text{ kg}) (3/3 \times 10^5 \text{ J/kg}) + \\ &+ (1/5 \text{ kg}) (2/1 \times 10^3 \text{ J/kg.K}) (1^\circ \text{K}) \\ &= 6/5 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

(ب)

$$K = \frac{Q_C}{W}$$

$$\begin{aligned} W = \frac{Q_C}{K} &= \frac{6/5 \times 10^5 \text{ J}}{4} \\ &= 1/6 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

(پ) از قانون اول ترمودینامیک که به رابطه ۱۴-۱

می‌انجامد، داریم:

$$\begin{aligned} |Q_H| = Q_C + W &= 6/5 \times 10^5 \text{ J} + 1/6 \times 10^5 \text{ J} \\ &= 8/1 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

۱۰- الف) توان از رابطه $P = W/t$ به دست می‌آید. به این

منظور باید نخست W را محاسبه کنیم. از قانون اول ترمودینامیک

(رابطه ۱۴-۱) داریم:

$$|Q_H| = W + Q_C$$

می‌دانیم کار انجام شده در یک چرخه برابر مساحت محصور در چرخه است و در چرخه‌های ساعتگرد کار انجام شده بر روی دستگاه منفی است. بنابراین:

$$\begin{aligned} W &= -S_{ABC} \\ &= -\frac{1}{2} [(30-10) \times 1.0^5 \text{ N/m}^2] [(4-1) \times 10^{-3} \text{ m}^3] \\ &= -2000 \text{ J} \end{aligned}$$

از آنجا $Q = 2000 \text{ J}$ می‌شود.

۷- الف) چون ماشین بخار یک فرایند چرخه‌ای را طی

می‌کند (شکل ۱-۱۶) از قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$W = -Q$$

توجه کنید که این کار محیط است. چون مسئله کار

دستگاه (ماشین) را خواسته این رابطه به صورت $W_{\text{ماشین}} = Q$

درمی‌آید. از طرفی $Q = Q_H - |Q_C|$ است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} W_{\text{ماشین}} &= 1/5 \times 10^5 \text{ MJ} - 9/0 \times 10^4 \text{ MJ} \\ &= 6/0 \times 10^4 \text{ MJ} \end{aligned}$$

(ب) با استفاده از رابطه ۱-۱۰ داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{6/0 \times 10^4 \text{ MJ}}{1/5 \times 10^5 \text{ MJ}} = 0.4$$

بنابراین بازده این ماشین بخار ۴۰٪ است.

۸- الف) از رابطه ۱-۱۰ برای بازده ماشین داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{2000 \text{ J}}{8000 \text{ J}} = 0.25$$

پس بازده ۲۵٪ است.

(ب) اکنون با استفاده از رابطه ۱-۱۲، $|Q_C|$ را به دست

می‌آوریم:

$$\begin{aligned} |Q_C| &= (1 - \eta) Q_H = (1 - 0.25) (8000) \\ &= 6000 \text{ J} \end{aligned}$$

که آن را با استفاده از قانون اول ترمودینامیک نیز می‌توانستیم به

دست آوریم:

$$|Q_C| = Q_H - W = 8000 \text{ J} - 2000 \text{ J} = 6000 \text{ J}$$

(پ) گرمای حاصل از سوخت $5 \times 10^4 \text{ J/g}$ است. بنابراین،

مقدار سوخت مصرف شده در هر چرخه چنین می‌شود:

و از آنجا

$$W = |Q_H| - Q_C = (1/3 \times 10^5 J) - (9/0 \times 10^4 J) = 4/0 \times 10^4 J$$

بنابراین، توان چپین می‌شود:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{4/0 \times 10^4 J}{6 \cdot S} + 6/6 \times 10^2 W$$

(ب) ضریب عملکرد برابر است با:

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{9/0 \times 10^4 J}{4/0 \times 10^4 J} = 1/2$$

۱۱- الف) کار انجام شده برابر با سطح محصور در منحنی

است و چون چرخه به صورت ساعتگرد پیموده شده است، علامت آن منفی است:

$$W = -S_{abcd} = -[(2/0 \times 10^{-5} - 1/0 \times 10^5) N/m^2 \times (0/04 - 0/04) m^2]$$

(ب) فرایند abc از دو فرایند ab (هم‌حجم) و bc (هم‌فشار) تشکیل شده است. بنابراین:

$$Q_{abc} = Q_{ab} + Q_{bc} = nC_V \Delta T + nC_P \Delta T$$

$$= n\left(\frac{3}{2}R\right)\left(\frac{V\Delta P}{nR}\right) + n\left(\frac{5}{2}R\right)\left(\frac{P\Delta V}{nR}\right)$$

$$= \frac{3}{2}V\Delta P + \frac{5}{2}P\Delta V$$

$$= \frac{3}{2}(0/02 m^3)(1/0 \times 10^5 N/m^2)$$

$$+ \frac{5}{2}(2/0 \times 10^5 N/m^2)(0/02 m^3)$$

$$= 1/3 \times 10^4 J$$

توجه کنید که در محاسبه بالا از قانون گازهای کامل و نمو

آن استفاده کردیم. همچنین توجه کنید که نتیجه نهایی مستقل از تعداد مول گاز است.

(پ) بازده ماشین گرمایی برابر است با:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{2/0 \times 10^3 J}{1/3 \times 10^4 J} = 0/15$$

بنابراین بازده ماشین ۱۵٪ است.

(ت) بالاترین دمای این چرخه مربوط به حالت c و پایین‌ترین آن مربوط به حالت a است. بنابراین در یکاهای SI، به ترتیب برای T_C و T_H از قانون گازهای کامل داریم:

$$T_H = \frac{P_c V_c}{nR} = \frac{(2/0 \times 10^5)(0/040)}{(1)(8/3)} = 9/6 \times 10^2 K$$

$$T_C = \frac{P_a V_a}{nR} = \frac{(1/0 \times 10^5)(0/020)}{(1)(8/3)} = 2/5 \times 10^2 K$$

بنابراین:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{2/5 \times 10^2 K}{9/6 \times 10^2 K} = 0/74$$

به عبارتی دیگر بازده ماشین کارنو ۷۴٪ می‌شود.

۱۲- الف) چون ماشین‌های یک چرخه را طی می‌کنند، قانون

اول ترمودینامیک برای ماشین‌های آرمانی به صورت $Q+W=0$ درمی‌آید که در آن $Q=Q_C+Q_H$ است. برای ماشین A داریم:

$$Q_C + Q_H = -1705 J + 2000 J = 295 J$$

بنابراین، این ماشین قانون اول را نقض می‌کند.

برای ماشین B داریم:

$$Q_C + Q_H = -200 J + 500 J = 300 J$$

بنابراین، این ماشین نیز قانون اول ترمودینامیک را نقض

می‌کند.

برای ماشین C داریم:

$$Q = -200 J + 600 J = 400 J$$

پس این ماشین، قانون اول را نقض نمی‌کند.

و برای ماشین D داریم:

$$Q = -90 J + 100 J = 10 J$$

بنابراین، این ماشین نیز قانون اول را نقض نمی‌کند.

(ب) بدیهی است ماشین‌هایی که قانون اول ترمودینامیک

را نقض می‌کنند قابل ساخت نیستند و بنابراین، آنها را کنار

می‌گذاریم. بنابراین، باید ماشین‌های C و D را بررسی کنیم. برای

آنکه ماشین قابل ساخت باشد، بازده ماشین نباید از بازده بیشینه

(بازده ماشین کارنو) بیشتر باشد. بازده ماشین کارنو از رابطه زیر

به دست می‌آید:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{300\text{K}}{400\text{K}} = 0.25$$

بنابراین، بازده ماشین کارنویی که بین این دو دما کار می‌کند ۲۵ درصد است. حال بینیم بازده ماشین‌های C و D چقدر است؟ برای ماشین C داریم:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{200\text{J}}{600\text{J}} = 0.66$$

پس بازده این ماشین، بزرگ‌تر از بازده ماشین کارنو است و آن نیز قابل ساخت نیست. تنها می‌ماند ماشین D. برای این ماشین داریم:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{90\text{J}}{100\text{J}} = 0.1$$

یعنی بازده این ماشین ۱۰ درصد و کمتر از بازده ماشین کارنو است. بنابراین، تنها این ماشین قابل ساختن است. ۱۳- الف) با استفاده از رابطه ۱-۱۰ داریم:

$$\eta = \frac{W}{Q_H}$$

و در نتیجه:

$$Q_H = \frac{W}{\eta} = \frac{8/2 \times 10^3\text{J}}{0.25} = 3/3 \times 10^4\text{J}$$

حال با استفاده از قانون اول ترمودینامیک داریم:
 $|Q_C| = Q_H - |W| = 3/3 \times 10^4\text{J} - 8/2 \times 10^3\text{J}$
 $= 2/4 \times 10^4\text{J}$
پ) اکنون Q_H چنین می‌شود:

$$Q_H = \frac{W}{\eta} = \frac{8/2 \times 10^3\text{J}}{0.30} = 2/7 \times 10^4\text{J}$$

و از آنجا

$$|Q_C| = Q_H - |W| = 2/7 \times 10^4 - 8/2 \times 10^3$$

 $= 1/8 \times 10^4\text{J}$

۱۴- حداکثر بازده، همان بازده ماشین کارنو است:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{(7 + 273)\text{K}}{(27 + 273)\text{K}} = 0.06$$

پس بازده این ماشین ۶ درصد می‌شود.

فصل ۲

تمرین ۱-۲

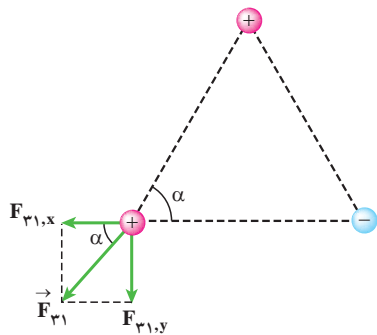
در واقع بزرگی نیروی \vec{F}_{T2} برابر $7/6 \times 10^{-3} \text{ N}$ و جهت آن در سوی مثبت محور x است.

$$\vec{F}_{T2} = (7/6 \times 10^{-3} \text{ N}) \vec{i}$$

تمرین ۲-۲

از تقارن شکل بدیهی است که برآیند نیروهای وارد بر بار q_1 مانند برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 می‌شود، اما با این حال در اینجا می‌خواهیم با این مسئله، به صورت مسئله جدیدی رفتار کنیم و آن را از ابتدا حل کنیم.

برای محاسبه برآیند نیروهای وارد به بار q_1 ، به ترتیب نیروهای وارد از بار q_2 و بار q_3 را در نظر می‌گیریم. برای نیروی وارد از بار q_3 داریم.



که در آن:

$$F_{r1} = k \frac{|q_3||q_1|}{r_{13}^2} = (9/0 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2) \frac{(1/0 \times 10^{-6} \text{ C})(1/0 \times 10^{-6} \text{ C})}{(1/5 \text{ m})^2} = 4/0 \times 10^{-3} \text{ N}$$

بنابراین:

$$F_{r1,x} = F_{r1} \cos \alpha = (4/0 \times 10^{-3} \text{ N}) \cos 60^\circ = 2/0 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_{r1,y} = F_{r1} \sin \alpha = (4/0 \times 10^{-3} \text{ N}) \sin 60^\circ = 3/5 \times 10^{-3} \text{ N}$$

بنابراین، نیروی \vec{F}_{r1} بر حسب بردارهای یکه به صورت

زیر نوشته می‌شود:

$$\vec{F}_{r1} = (-2/0 \times 10^{-3} \text{ N}) \vec{i} + (-3/5 \times 10^{-3} \text{ N}) \vec{j}$$

نیروی وارد بر بار q_2 ، برآیند دو نیرویی است که از طرف بارهای q_1 و q_3 بر آن وارد می‌شوند. برای محاسبه این نیرو، نیرویی را که هر یک از بارهای q_1 و q_3 در غیاب دیگری بر بار q_2 وارد می‌کند، محاسبه می‌کنیم.

فاصله بین بارهای q_1 و q_2 را با r_{12} و فاصله بین بارهای q_2 و q_3 را با r_{23} نشان می‌دهیم. با استفاده از رابطه ۱-۲ داریم:

$$F_{r2} = k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = (9/0 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2) \frac{(2/5 \times 10^{-6} \text{ C})(1/0 \times 10^{-6} \text{ C})}{(4/0 \text{ m})^2} = 1/4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_{r3} = k \frac{|q_3||q_2|}{r_{23}^2} = (9/0 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2) \frac{(4/0 \times 10^{-6} \text{ C})(1/0 \times 10^{-6} \text{ C})}{(2/0 \text{ m})^2} = 9/0 \times 10^{-3} \text{ N}$$

نیرویی که بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کند و نیز نیرویی که بار q_3 بر q_2 وارد می‌کند، از نوع ریپاشی (جاذبه) است.



مطابق شکل، این دو نیرو بر خلاف جهت یکدیگرند و برآیند

آنها برابر است با:

$$\vec{F}_{T2} = \vec{F}_{r1} + \vec{F}_{r3} = F_{r1}(-\vec{i}) + F_{r3}(-\vec{i}) = (F_{r3} - F_{r1}) \vec{i}$$

بنابراین، بزرگی F_T برابر تفاضل بزرگی آنها است:

$$F_{T2} = F_{r3} - F_{r1} = 9/0 \times 10^{-3} \text{ N} - 1/4 \times 10^{-3} \text{ N} = 7/6 \times 10^{-3} \text{ N}$$

بزرگی F_{T1} را با استفاده از قضیه فیثاغورس به دست می‌آوریم:

$$F_{T1} = \sqrt{(F_{T1,x})^2 + (F_{T1,y})^2}$$

$$= \sqrt{(6/0 \times 10^{-3} \text{ N})^2 + (-3/5 \times 10^{-3} \text{ N})^2}$$

$$= 7/0 \times 10^{-3} \text{ N}$$

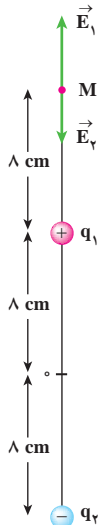
$$\tan \alpha = \frac{-3/5 \times 10^{-3} \text{ N}}{6/0 \times 10^{-3} \text{ N}} = -0/5$$

در نتیجه $\alpha = -3^\circ$ یا $\alpha = 15^\circ$ می‌شود که با توجه به شکل، جواب مسئله $\alpha = -3^\circ$ است.

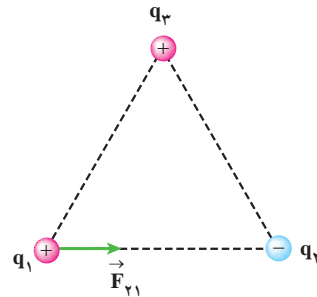
توجه کنید که تفاوتی که با نتایج مثال ۲-۶ حاصل شده ناشی از خطاهای حاصل از گرد شدن است و همان‌طور که در ابتدا گفتیم عملاً می‌توانستیم این مسئله را بر اساس تقارن شکل بی‌درنگ پاسخ دهیم.

تمرین ۲-۳

در واقع شکلی مانند شکل زیر داریم. بار آزمون را در نقطه M قرار می‌دهیم و میدان برآیند را در آنجا به دست می‌آوریم. همان‌طور که در شکل مشخص است، $E_1 > E_2$ است و بنابراین، جهت میدان برآیند در سوی \vec{j} + می‌شود. اکنون بزرگی میدان‌های \vec{E}_1 و \vec{E}_2 را محاسبه می‌کنیم.



اکنون سراغ نیروی وارد از بار q_2 بر بار q_1 می‌رویم. این نیرو، مستقیماً در راستای خط واصل دوبار و به سمت بار q_2 است.



که در آن

$$F_{r1} = k \frac{|q_2||q_1|}{r_{r1}^2} = (9/0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2) \cdot \frac{(2/0 \times 10^{-6} \text{ C})(1/0 \times 10^{-6} \text{ C})}{(1/5 \text{ m})^2}$$

$$= 8/0 \times 10^{-3} \text{ N}$$

بنابراین:

$$\vec{F}_{r1} = (8/0 \times 10^{-3} \text{ N}) \vec{i}$$

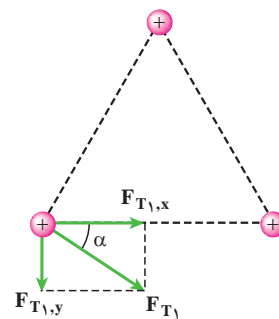
برای محاسبه نیروی برآیند وارد بر بار q_1 ، باید نیروهای

F_{r1} و F_{T1} را جمع کنیم:

$$\vec{F}_{T1} = \vec{F}_{r1} + \vec{F}_{T1}$$

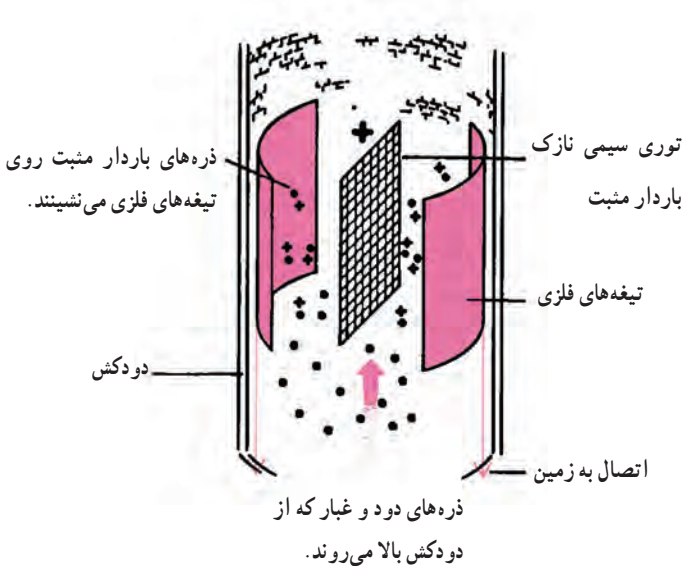
$$= (6/0 \times 10^{-3} \text{ N}) \vec{i} + (-3/5 \times 10^{-3} \text{ N}) \vec{j}$$

به عبارت دیگر، شکل نیروی برآیند به صورت زیر می‌شود:



فعالیت ۲-۲

شکل زیر چگونگی کار یک رسوب‌دهنده الکتروستاتیکی را نشان می‌دهد. توری سیمی که به میزان زیادی باردار مثبت شده است بین تیغه‌های فلزی متصل به زمین قرار دارد، به گونه‌ای که تخلیه الکتریکی مدامی بین توری و این تیغه‌ها روی می‌دهد. این تخلیه، جریان پیوسته‌ای از یون‌ها را به همراه دارد که خود را به ذره‌های غبار در گازی که از دودکش بالا می‌رود، متصل می‌کنند. ذره‌های باردار عبوری به سوی تیغه‌های متصل به زمین رانده می‌شوند و در آنجا رسوب می‌کنند. پس از مدتی این تیغه‌ها را با زدن ضربه می‌تکانند و به این ترتیب ذره‌ها را جدا می‌کنند.



تمرین ۲-۴

چون غبار بار مثبت دارد، در جهت میدان الکتریکی (از پتانسیل بالاتر به سمت پتانسیل پایین‌تر) حرکت می‌کند. غبار تحت تأثیر دو نیرو قرار دارد، نیروی الکتریکی رو به بالای qE و نیروی گرانی (وزن) رو به پایین mg . پس برآیند این دو نیرو است که به غبار شتاب می‌دهد:

$$F_R = qE - mg = ma$$

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = (9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2) \frac{(5 \times 10^{-9} \text{ C})}{(8 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 7 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = (9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2) \frac{(5 \times 10^{-9} \text{ C})}{(24 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 7 \times 10^3 \text{ N/C}$$

بنابراین، میدان الکتریکی \vec{E} چنین می‌شود:

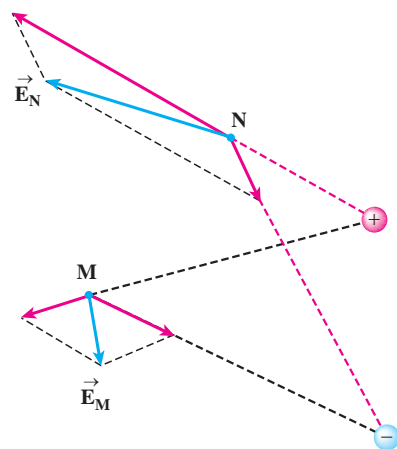
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (7 \times 10^4 \text{ N/C}) \vec{j} +$$

$$(7 \times 10^3 \text{ N/C})(\vec{j}) = (6 \times 10^4 \text{ N/C}) \vec{j}$$

فعالیت ۱-۲

۱- میدان یکنواخت، میدانی است که در آن بزرگی خطوط میدان برابر و جهت آنها در یک سو است. بنابراین، میدان الکتریکی در فضای بین دو صفحه رسانا یکنواخت است، اما در لبه‌ها این چنین نیست.

۲- به همان ترتیبی عمل می‌کنیم که در نقطه P مشخص شده است؛ یعنی باید میدان‌های حاصل از دوبار را در این نقاط مشخص و سپس برآیند آنها را رسم کنید. به‌طور تقریبی شکل زیر داریم. بار آزمون را در نقاط M و N می‌گذاریم و میدان برآیند را پیدا می‌کنیم.



تمرین ۲-۵

در این حالت $V_+ = 0$ است. بنابراین :

$$\Delta V = V_+ - V_- = 0 - V_- = 12V$$

و در نتیجه $V_- = -12V$ می‌شود. به عبارتی دیگر پتانسیل پایانه منفی باتری ۱۲ ولت کمتر از پتانسیل پایانه مثبت آن است.

فعالیت ۲-۴

در این مورد مقاله‌ای تحت عنوان درآمدی بر فیزیولوژی اعصاب در صفحه ۴۰ شماره ۶۲ مجله رشد آموزش فیزیک چاپ شده است که پس از آن می‌توان مقاله دیگری تحت عنوان مدل‌سازی سلول عصبی با مدارهای الکتریکی را مطالعه نمود که در صفحه ۳۶ شماره ۷۷ همان مجله به چاپ رسیده است. با این حال، به طور اختصار می‌توان گفت که اساساً نورون، متشکل از یک جسم سلولی است که پیام‌های الکتریکی را از طریق اتصال‌هایی به نام سیناپس که روی دندریت‌ها قرار دارند، دریافت یا ارسال می‌کنند. اگر محرک به حد کافی قوی باشد، نورون یک سیگنال الکتریکی را در امتداد تار به نام اکسون ارسال می‌کند. اکسون یا تار عصبی که طول آن ممکن است به یک متر برسد، سیگنال الکتریکی را به ماهیچه‌ها و نورون‌های دیگر می‌برد. در دو طرف سطح یا غشای هر نورون اختلاف پتانسیلی ناشی از وجود یون‌های منفی بیشتر در داخل غشای نسبت به خارج آن وجود دارد و اصطلاحاً به آن نورون قطبیده گفته می‌شود. پتانسیل داخل سلول عموماً 60° تا 90° میلی‌ولت، منفی‌تر از خارج آن است. این اختلاف پتانسیل، پتانسیل استراحت نورون نامیده می‌شود. وقتی نورون تحریک می‌شود، در محل تحریک، تغییر لحظه‌ای بزرگی در پتانسیل استراحت رخ می‌دهد. این تغییر پتانسیل که پتانسیل کنش نام دارد در امتداد اکسون منتشر می‌شود. تحریک می‌تواند از قبیل گرما، سرما، نور، صوت و بو، به وجود آید. اگر تحریک، الکتریکی باشد فقط در حدود 20 mV در دو طرف غشا لازم است تا پتانسیل کنش را راه بیندازد.

$$a = \frac{qE - mg}{ma}$$

و از طرفی از معادلات حرکت شتابدار یکنواخت می‌دانیم :

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v.t$$

که با توجه به اینکه $V_0 = 0$ است، چنین به دست می‌دهد :

$$t = \sqrt{\frac{2(d - d_0)}{a}} \quad (2)$$

از تلفیق معادله‌های (۱) و (۲) به رابطه زیر می‌رسیم :

$$t = \sqrt{\frac{2m(d - d_0)}{qE - mg}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(1.0 \times 10^{-11} \text{ Kg})(4.0 \times 10^{-2} \text{ m})}{(1.0 \times 10^{-15} \text{ C})(1/2 \times 10^{-5} \text{ N/C}) - (1.0 \times 10^{-11} \text{ kg})(9.8 \text{ N/kg})}} = 0.2 \text{ s}$$

فعالیت ۲-۳

الف) رابطه ۲-۱۰ از تلفیق معادله‌های ۲-۸

$(\Delta U = -|q|Ed \cos \theta)$ و ۲-۹ $(\Delta V = \Delta U/q)$ به دست می‌آید. شکل ۲-۱۵ را در نظر بگیرید. اگر بار q مثبت باشد، q در رابطه ۲-۹ مثبت است و θ در معادله ۲-۸ نیز همان زاویه میان میدان الکتریکی و جابه‌جایی بار q است و به عبارت دیگر $\theta = \alpha$ است و رابطه ۲-۱۰ برقرار است. اما اگر q منفی باشد، رابطه ۲-۹ به $\Delta V = -\frac{\Delta U}{q}$ تبدیل می‌شود، اما از طرفی در این حالت نیرو به سمت چپ اثر می‌کند و $\theta = \pi - \alpha$ می‌شود. بنابراین، رابطه ۲-۸ به صورت $\Delta U = -|q|Ed \cos(\pi - \alpha) = qEd \cos \alpha$ در می‌آید و در نتیجه دوباره به رابطه ۲-۱۰ می‌رسیم.

ب) می‌دانیم که یک ولت همان J/C است. از طرفی

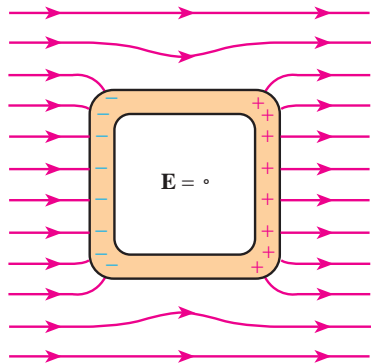
$$[J] = [N][m]$$

$$\frac{[V]}{[m]} = \frac{[J]/[C]}{[m]} = \frac{[N][m]/[C]}{[m]} = \frac{[N]}{[C]}$$

تمرین ۲-۶

فارادی در واقع به انواع و اقسام مجموعه‌هایی گفته می‌شود که بر مبنای آزمایش فارادی موجب حفاظت الکتروستاتیکی می‌شوند. در واقع همان‌طور که در درس مطرح شد اگر یک رسانای خنثای منزوی را در یک میدان الکتریکی خارجی قرار دهیم، الکترون‌های آزاد رسانا طوری روی سطح خارجی آن توزیع می‌شوند که اثر میدان خارجی درون رسانا را خنثی و میدان خالص درون رسانا را صفر کنند.

همان‌طور که گفته شد از این فیزیک برای ساختن محافظ‌های الکتروستاتیکی استفاده می‌کنند. مثلاً فرض کنید می‌خواهیم یک دستگاه حساس الکترونیکی را از یک میدان الکتریکی نامطلوب حفظ کنیم. به این منظور دستگاه را درون یک جعبه رسانا قرار می‌دهیم یا با ورقه‌ای نازک از ماده‌ای رسانا، دیواره‌ها، کف و سقف این اتاقک را می‌پوشانیم. میدان الکتریکی خارجی، نحوه توزیع الکترون در پوشش رسانا را تغییر می‌دهد به طوری که میدان کل در هر نقطه درون این جعبه، صفر شود. البته توزیع جدید بار، شکل خطوط میدان در مجاورت آن را نیز تغییر می‌دهد. بنابراین، عملاً شکلی مانند شکل ۲-۱۸ کتاب یا شکل ۲-۱۹ ب کتاب خواهیم داشت، با این تفاوت که درون این شکل‌ها را خالی در نظر بگیرید تا بدین ترتیب، محلی برای ایجاد حفاظ ایجاد شود.



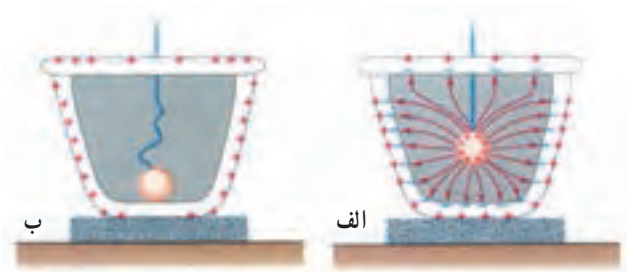
ب) چنین اتومبیلی درست مثل یک قفس فارادی، عمل می‌کند. بنابراین، اگر آذرخشی به اتومبیلی اصابت کند، جریان روی بدنه خارجی اتومبیل، باقی می‌ماند. توجه کنید که اگر بدنه

اگر بار آزمون q در خلاف میدان الکتریکی حرکت کند، U زیاد می‌شود (توجه کنید که این مشابه گرانش است که با حرکت در خلاف جهت میدان گرانش، U زیاد می‌شود). به عبارت دیگر، ذره از پتانسیلی پایین‌تر به پتانسیل بالا رفته است. در نتیجه:

الف) کار نیروی دست، مثبت است، زیرا طبق رابطه ۲-۱۲، $q\Delta V = W_{\text{خارجی}}$ است.

ب) همان‌طور که گفتیم بار به نقطه‌ای با پتانسیل بالاتر حرکت کرده است.

توضیحی در مورد شکل ۲-۱۷ صفحه ۵۹ کتاب. وقتی گلوله باردار را نزدیک می‌کنیم برای آنکه میدان داخلی رسانا صفر بماند، روی سطوح داخلی و خارجی ظرف بارهای مثبت و منفی به گونه‌ای القا می‌شوند که اثر میدان الکتریکی خارجی حاصل از این بار، خنثی شود. بستن در، صرفاً به این منظور است که گلوله پس از تماس با کف ظرف، جزو سطح داخلی مجموعه شود و بدین ترتیب باری روی آن قرار نگیرد. در صورت نبستن در، گلوله جزو سطح خارجی رسانا می‌شد و در آن صورت بار آن صفر نمی‌شد. ضمن این که بسته بودن یا نبودن دو سطح مقابل ظرف (از نمای روبه‌رو) نقشی در نتیجه‌گیری این آزمایش ندارد.



فعالیت ۲-۵

الف) قفس فارادی از موارد جالبی است که می‌توان دانش‌آموزان را تشویق کرد که با جست‌وجوی واژه «Faraday's Cage» به مطالب و تصاویر جالبی دست یابند و آنها را به کلاس ارائه کنند. در هر حال همان‌طور که در متن فعالیت آمده، قفس

اتومبیل لاستیکی و یا سقف آن تاشو (و یا نارسانا) باشد، ممکن است هیچ محافظتی ایجاد نشود. همچنین شخص داخل اتومبیل باید از لمس بدنه خارجی آن یا هر چیزی که به آنتن آن متصل است، بپرهیزد. بالا کشیدن شیشه‌ها که موجب خیس شدن آنها با باران (که رسانا است) می‌شود، ممکن است چاره‌ساز باشد. هواپیماها نیز به همین ترتیب، برای سرنشینان خود محافظت ایجاد می‌کنند، اما با این وجود، هواپیماها آسیب‌پذیرتر از اتومبیل‌ها هستند.

پ) دانش‌آموزان باید بر مبنای اصولی که در قسمت الف بیان شد، به طراحی چنین وسایلی بپردازند یا با وسایلی موجود مانند مایکروفر (در این مورد آزمایش‌های جالبی در اینترنت پیدا می‌شود)، تلفن همراه و ... این نظریه‌ها را محک بزنند. مثلاً تلفن همراه خود را در ظرف فلزی سر بسته‌ای قرار دهند و به آن زنگ بزنند و ... در مولد و اندوگراف نیز همین اصول به کار رفته و بار توسط یک قطعه رسانا از تسمه به روی کلاهک منتقل می‌شود و در نتیجه بار روی کلاهک و میدان اطراف آن به سرعت بزرگتر و بزرگتر می‌شود. با خود و اندوگراف نیز می‌توان آزمایش‌های جالبی را طراحی کرد.

فعالیت ۲-۶

هدف اصلی برقگیر این است که مسیری ساده برای انحراف ضربه یک آذرخش به سمت زمین را مهیا کند. بنابراین، برای آنکه برقگیر عمل کند باید به قسمت مرطوب و رسانای زیر سطح زمین، متصل گردد. برای عمل کردن برقگیر، میله آن باید از بالاترین نقطه ساختمان بالاتر باشد. در آن صورت، نشان داده شده است که برقگیر، محافظتی شبیه یک قیف وارونه ایجاد می‌کند که رأس آن در نوک برقگیر است و آذرخشی که وارد این مخروط فرضی می‌شود، به جای برخورد با ساختمان، با برقگیر برخورد می‌کند. برخی بر این باورند که انتهای بالای برقگیر باید تیز باشد. این باور مبتنی بر این واقعیت است که یک نوک تیز میدان قوی‌تری نسبت به یک نوک پهن ایجاد می‌کند و بنابراین موجب محافظت بیشتری می‌شود. اما استدلال مغایر آن، این است که یک نوک تیز، یونیدگی مولکول‌های هوای اطراف برقگیر را افزایش می‌دهد

که این خود باعث کاهش اثر حفاظتی برقگیر می‌شود. در هر حال آزمایش‌ها نشان داده است که غالباً آذرخش به نوکی نسبتاً پهن بیشتر از یک نوک تیز ضربه می‌زند.

توضیح در مورد شکل‌های ۲-۲۶ و ۲-۲۷ صفحه ۶۵ کتاب. توجه کنید که پیکان داخل دوقطبی‌ها نشان‌دهنده میدان الکتریکی نیست، بلکه نشان‌دهنده برداری موسوم به گشتاور دوقطبی \vec{p} است که جهت آن از سر منفی دوقطبی به سمت سر مثبت آن است. وقتی یک دوقطبی در میدان الکتریکی قرار می‌گیرد، این بردار می‌کوشد به سمت جهت میدان \vec{E} بچرخد، یعنی سر پیکان آن در جهت میدان قرار گیرد.

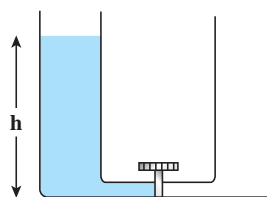
فعالیت ۲-۷

در این کیسه‌های هوا، حسگر کیسه هوا خازن است که از دو صفحه فلزی کوچک و نزدیک به هم ساخته شده است که بارهای $+Q$ و $-Q$ دارند. وقتی اتومبیل ناگهان متوقف می‌شود، صفحه عقبی که سبک‌تر است به سمت صفحه سنگین‌تر جلویی حرکت می‌کند. این حرکت موجب تغییر ظرفیت خازن (نسبت Q به اختلاف پتانسیل V بین صفحه‌ها) می‌شود و یک مدار الکتریکی این تغییر را آشکارسازی کرده و کیسه‌های هوا را به کار می‌اندازد.

فعالیت ۲-۸

این پرسشی مشهور و متداول است که پاسخ معمول آن نیز این است که مقداری از انرژی به صورت گرما در سیم‌ها تلف می‌شود و همین باعث تفاوت این مقدار شده است. اما پرسش هوشمندانه‌ای که بی‌درنگ مطرح می‌شود این است که آیا با استفاده از سیم‌های نازک‌تر این تفاوت کمتر می‌شود؟ که قاعدتاً باید چنین شود. در حالی که این نتیجه همواره برقرار است و هیچ ربطی به مقاومت سیم‌ها ندارد. بنابراین، برای دانش‌آموزان هوشمند باید پاسخ قانع‌کننده‌ای ارائه کرد. به این منظور، از مثالی دیگر کمک می‌گیریم. ظرفی U شکل را در نظر بگیرید که از پایین توسط لوله باریکی به یک شیر متصل شده است و شاخه سمت چپ آن پر از آب است:

می‌گذارد، در اینجا نیز نوع سیم به کار رفته تنها زمان رسیدن به تعادل را تغییر می‌دهد و نقشی در میزان انرژی تلف شده، ندارد. توجه کنید همین توضیح را می‌توان برای وضعیتی مانند قسمت ب مسئله ۱۳ کتاب ارائه کرد. با فرض آنکه یکی از دو خازن آن مسئله را خالی فرض کنیم، اگر در آنجا نیز حجم آب ظرف‌ها را به مقدار بار موجود هر خازن، اختلاف ارتفاع آب هر ظرف را به اختلاف پتانسیل الکتریکی دو خازن، نوسان آب بین دو ظرف را به نوسان بارهای الکتریکی، و اصطکاک در لوله‌های رابط را به مقاومت سیم‌ها تشبیه کنیم، می‌توان با همین استدلال انرژی تلف شده را به نوسان بارهای الکتریکی که همراه با تابش الکترومغناطیسی است مربوط دانست که در این وضعیت فرضی (خالی بودن اولیه یکی از خازن‌ها) دقیقاً به نصف انرژی اولیه می‌انجامد.



انرژی پتانسیل اولیه $U = mgh$ است. حال ببینیم بعد از باز کردن شیر چه اتفاقی می‌افتد. پس از چند رفت و برگشت، آب در ارتفاع $h/2$ در هر دو شاخه ظرف به سکون می‌رسد. بنابراین اکنون برای انرژی پتانسیل دستگاه داریم:

$$U = (m/2)g(h/2) + (m/2)g(h/2)$$

$$= \frac{mg}{4}h + \frac{mg}{4}h = \frac{mg}{2}h$$

فعالیت ۲-۹

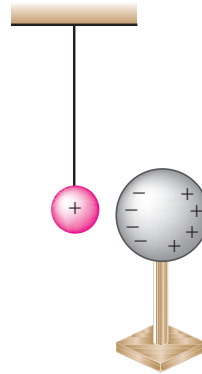
از دانش‌آموزان بخواهید واژه «capacitive touch screen» را در اینترنت جست‌وجو کنند و نتایج جست‌وجوی خود را به کلاس ارائه نمایند. در هر حال ساختار یکی از انواع آنها به این ترتیب است که دو لایه موازی از نوارهای نازک رسانای شفاف نظیر اکسید ایندیم قلع پشت صفحه تماس قرار دارند. ولتاژی بین این دو لایه برقرار می‌شود. نوارهای موجود در یک لایه به طور عمود بر لایه دیگر سمت‌دهی شده‌اند. نقطه‌هایی که در آنها این نوارها هم‌پوشانی دارند به صورت شبکه‌ای از خازن‌ها عمل می‌کنند. هنگامی که انگشت خود را (که رساناست) به یکی از نقطه‌های روی صفحه نزدیک می‌کنید، انگشت شما و لایه رسانای جلویی مانند خازن دومی عمل می‌کند که در آن نقطه به صورت متوالی بسته شده است. مدار متصل به لایه‌های رسانا، مکان تغییر ظرفیت و در نتیجه جایی را که شما صفحه را لمس کرده‌اید، تشخیص می‌دهد.

پس می‌بینید که جواب دقیقاً نصف وضعیت اولیه شد. پس در اینجا نیز می‌توان این پرسش را مطرح ساخت که آیا انرژی گم و بایستگی انرژی نقض شده است؟ یقیناً نه. سعی می‌کنیم از این مثال پاسخی بیابیم که برای مسئله اصلی ما هم راهگشا باشد. اگر آب را به بار موجود در دستگاه، اختلاف ارتفاع را به اختلاف پتانسیل الکتریکی، نوسان آب را به نوسان بارهای الکتریکی و اصطکاک در لوله رابط را به مقاومت سیم‌ها تشبیه کنیم، می‌توان گفت که انرژی در طی چندگذار تلف می‌شود و تمام انرژی بی‌درنگ و در طی یک‌گذار تلف نشده است و تعادل بلافاصله رخ نمی‌دهد؛ بلکه نوسان بارهای الکتریکی با تابش موج الکترومغناطیسی در چندگذار به اتلاف انرژی انجامیده است. البته ممکن است در این فرایند گرما نیز حاصل شود. ولی این گرما ناشی از بخشی از تابش است که در محدوده فرسرخ قرار دارد. همان‌طور که شکل ظرف، لوله‌های رابط و سایر پارامترهای فیزیکی مسئله، صرفاً بر زمان رسیدن به شرایط تعادل نهایی اثر

راهنمای پاسخ‌یابی فصل دوم

پرسش‌ها

۱- توجه کنید که وقتی یک رسانای خنثی در میدان الکتریکی قرار می‌گیرد، بارهای الکتریکی روی سطح رسانا القا می‌شود، به طوری که میدان الکتریکی خارجی در درون رسانا صفر شود. بنابراین، با نزدیک کردن کره به آونگ باردار، روی کره بارهای منفی و مثبت القا می‌شود، به طوری که سطح نزدیک آن دارای بار منفی و سطح دور آن دارای بار مثبت می‌شود.



اما توجه کنید بارهای منفی به آونگ نزدیک‌ترند، پس نیروی جاذبه بیشتر از نیروی دافعه می‌شود و کره، آونگ را جذب می‌کند. اگر فاصله کره از آونگ کم باشد، آونگ با کره تماس پیدا می‌کند. اکنون کره و آونگ یک جسم رسانا را تشکیل داده‌اند که باید میدان داخل آن صفر باشد. پس به بیانی ساده، آونگ بارهای منفی کره را خنثی می‌کند و سپس از آن دفع می‌شود.

۲- از تقارن شکل واضح است که همه میدان‌های حاصل از بارهای روی دو مربع همدیگر را دوه‌دو خنثی می‌کنند، به جز دو باری که در وسط دو ضلع سمت چپ و راست مربع بزرگ قرار دارند. در این صورت، میدان الکتریکی در نقطه P، برآیند حاصل از میدان این دو بار می‌شود. توجه کنید برای بررسی جهت میدان، باید بار آزمون (مثبت) را در نقطه P قرار دهیم. بار آزمون هر دو بار را جذب می‌کند، اما چون بار سمت چپ بزرگ‌تر است، جهت میدان برآیند به سوی آن می‌شود. بنابراین، اگر سوی مثبت

محور را در جهت $\vec{i} + \vec{j}$ در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\vec{E}_P = k \frac{|2q|}{d^2} (-\vec{i}) + k \frac{|q|}{d^2} (\vec{i}) = \frac{kq}{d^2} (-\vec{i})$$

۳- در شکل الف، در ناحیه اطراف نقطه A خطوط میدان به یکدیگر نزدیک‌ترند و نیز تعداد آنها بیشتر است. بنابراین، نیروی وارد بر پروتون در این حالت بیشتر از بقیه حالت‌هاست و با توجه به اینکه $\vec{a} = \vec{F}/m$ است، شتاب بیشتری نیز بر پروتون وارد می‌شود. بنابراین، سرعت نهایی پروتون نیز در مکانی یکسان، بیشتر می‌شود. البته خوب بود مسئله ترتیب سرعت‌ها را می‌پرسید. در این صورت، سرعت پروتون در نقطه B برای آرایش (ب) بیشتر از آرایش (پ) می‌شد؛ زیرا خطوط میدان در اطراف A نزدیک‌ترند.

۴- توجه کنید که اگر بار مثبت را بر خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت دهیم، انرژی پتانسیل زیاد می‌شود (این در تشابه با گرانش است که وقتی در جهت میدان گرانش حرکت می‌کنیم، انرژی پتانسیل زیاد می‌شود) و از طرفی، طبق رابطه ۲-۹ این به معنی افزایش پتانسیل است. بنابراین، طبق رابطه ۲-۱۲ با افزایش پتانسیل، کار نیروی خارجی مثبت - و با توجه به اینکه $-W_E = W_{\text{خارجی}}$ است - کار میدان الکتریکی منفی است. بنابراین، پاسخ‌ها به ترتیب چنین می‌شوند:

الف) منفی، ب) مثبت، پ) انرژی پتانسیل زیاد می‌شود، ت) پتانسیل B از A بیشتر است.

توجه کنید که در این پرسش بهتر (و درست‌تر) بود که نخست درباره انرژی پتانسیل و اختلاف پتانسیل پرسیده می‌شد و سپس در مورد کار پرسش می‌شد. یک پرسش اضافی که می‌شد مطرح کرد در ارتباط با نحوه نزدیک کردن A به B و تأثیر آن بر پاسخ‌ها بود؛ یعنی اگر A را از مسیرهای متفاوتی به B نزدیک کنیم، چه رخ می‌داد؟ در آن صورت هیچ کدام از پاسخ‌ها تغییر نمی‌کرد و کار ما (و نیز میدان الکتریکی) در تمام مسیرها یکسان بود.

۵- ظرفیت خازن فقط به شکل هندسی صفحه‌ها و نه به بار یا اختلاف پتانسیل بین صفحه‌ها بستگی دارد. بنابراین، الف) و ب) هیچ تأثیری بر ظرفیت خازن نمی‌گذارند.

۶- الف) توجه کنید برای بررسی این موضوع باید بار آزمون را در سه نقطه سمت چپ $+q$ ، در حدّ واسط $+q$ و $-3q$ ، و سمت راست $-3q$ قرار دهیم. اگر بار آزمون را در سمت راست $-3q$ یا در حدّ واسط بارهای $+q$ و $-3q$ قرار دهیم، امکان ایجاد تعادل، و صفر شدن میدان الکتریکی وجود ندارد؛ چرا که اگر بار آزمون (مثبت) را در سمت راست $-3q$ قرار دهیم یک نیروی دافعه از سوی $+q$ و یک نیروی جاذبه از سوی $-3q$ دریافت می‌کند. اما نیروی جاذبه حاصل از بار $-3q$ به دلیل آنکه ناشی از اندازه بار بزرگ‌تری است و نیز در فاصله کم‌تری از بار $+q$ قرار دارد، امکان ندارد با نیروی دافعه حاصل از $+q$ به تعادل درآید و خنثی شود. اما در خطّ واصل بارهای $+q$ و $-3q$ ، سوی نیروهای وارد از بارهای $+q$ و $-3q$ در یک جهت است و اصلاً حالتی متصور نیست که این دو نیرو، همدیگر را خنثی کنند. تنها

می‌ماند سمت چپ بار $+q$. در این سمت، نیروی دافعه حاصل از بار $+q$ و نیروی جاذبه حاصل از بار $-3q$ بر خلاف جهت یکدیگرند، اما برخلاف وضعیتی که در سمت راست بار $-3q$ هستیم، هر دو پارامتر بزرگی بار و اندازه فاصله، به نفع یک نیرو چریش ندارد. در حالی که بار $+q$ کوچک‌تر است، اما در عوض فاصله آن هم کم‌تر است و در حالی که فاصله $-3q$ زیاد است، اما در عوض بزرگی بار آن هم زیاد است.

ب) ما سه حالت روی محور را در قسمت الف بررسی کردیم، اگر بار آزمون را در هر نقطه‌ای غیر محور شکل قرار دهیم و خطوط میدان را رسم کنیم، درخواهیم یافت که در هر نقطه یک میدان برآیند غیر صفر خواهیم داشت و امکان ندارد میدان الکتریکی صفر شود. البته در کتاب‌ها مبحث تعادل نیز بررسی می‌شود، به این ترتیب که آیا با حرکت بار آزمون، این بار به محل خود باز می‌گردد یا خیر. ثابت می‌شود که در حالت کلی، تعادل پایدار نداریم و از آن به عنوان قضیه «Earanshaw» یاد می‌شود.

مسئله‌ها

از تقارن شکل بدیهی است که $|\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}|$ است و

۱- نیروی الکتریکی برآیند را به صورت نموداری نشان

می‌دهیم:

$$|\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}| = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = k \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2}$$

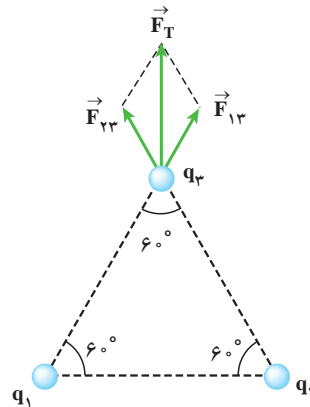
$$= (9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2) \frac{(4 \times 10^{-9} \text{ C})(5 \times 10^{-9} \text{ C})}{(8 \times 10^{-2} \text{ m})^2}$$

$$\approx 3 \times 10^{-5} \text{ N}$$

از طرفی:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$

اگر \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} را تجزیه کنیم، درمی‌یابیم که با توجه به اینکه بزرگی آنها با هم برابر است، مؤلفه‌های x آنها همدیگر را خنثی می‌کنند، و مؤلفه‌های y آنها با هم جمع شود. بنابراین داریم:

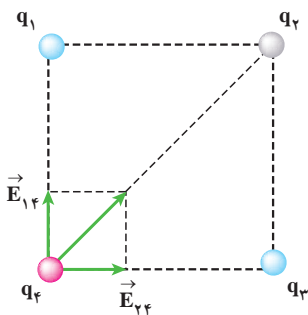


$$\cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{4 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 0.8$$

در نتیجه :

$$\begin{aligned} \vec{E}_T &= 2(3/6 \times 10^3 \text{ N/C})(0.8) \vec{i} \\ &\approx (5/7 \times 10^3 \text{ N/C}) \vec{i} \end{aligned}$$

۳- برای آنکه بار q_4 در تعادل باشد، باید نیروهای وارد بر آن صفر باشد. اگر نیروی برآیند وارد از بارهای q_1 و q_3 را در محل بار q_4 رسم کنید، درمی یابید که نیروی برآیند در امتداد قطر مربع می شود و بسته به علامت q_4 سمت گیری آن فرق خواهد کرد. چون بار q_4 مثبت است، برآیند نیروها به صورت زیر می شود :



بنابراین، نیروی وارد از بار q_2 باید هم اندازه این نیروی برآیند و در خلاف جهت آن باشد تا بار q_4 در تعادل بماند. پس بار q_2 باید حتماً مخالف بارهای q_1 و q_3 و بنابراین مثبت باشد. حال می ماند محاسبه نیروی برآیند :

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{34}$$

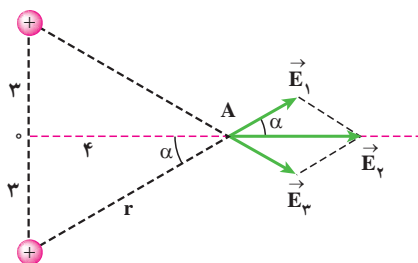
که در آن

$$|\vec{F}_{14}| = |\vec{F}_{34}| = (9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2) \frac{q_4 (5 \times 10^{-6} \text{ C})}{a^2}$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_T &= 2F_{13} \sin 60^\circ \vec{j} \\ &= 2(3 \times 10^{-5} \text{ N}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \vec{j} \\ &\approx (5 \times 10^{-5} \text{ N}) \vec{j} \end{aligned}$$

۲- با گذاشتن بار آزمون در نقطه A، خطوط میدان الکتریکی

را رسم می کنیم :



بزرگی میدان های \vec{E}_1 و \vec{E}_3 برابر است و بنابراین داریم :

$$\begin{aligned} |\vec{E}_1| &= |\vec{E}_3| = k \frac{|q|}{r^2} \\ &= (9/0 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{(1/0 \times 10^{-9} \text{ C})}{\sqrt{(4/0 \times 10^{-2} \text{ m})^2 + (3/0 \times 10^{-2} \text{ m})^2}} \\ &\approx 3/6 \times 10^3 \text{ N/C} \end{aligned}$$

از طرفی

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_3$$

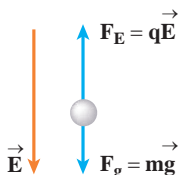
اگر \vec{E}_1 و \vec{E}_3 را تجزیه کنیم، درمی یابیم، با توجه به اینکه بزرگی آنها یکسان است، مؤلفه های y آنها همدیگر را خنثی می کنند و مؤلفه های x باهم جمع می شود :

$$\vec{E}_T = 2E_1 \cos \alpha \vec{i}$$

حال باید $\cos \alpha$ را از روی شکل محاسبه کنیم :

نمی‌باشند، نتیجه می‌گیریم که باید برای مقابله با این نیروی دافعهٔ عظیم، نیروی جاذبهٔ بزرگتری وجود داشته باشد که به آن به درستی نیروی هسته‌ای قوی می‌گویند. این نیرو بین پروتون‌ها (و نیز نوترون‌ها) عمل می‌کند و از نوع جاذبه است.

۵- چون نیروی گرانشی رو به پایین بر ذره اثر می‌کند، نیروی الکتریکی باید در خلاف جهت آن و رو به بالا باشد. می‌دانیم که بار منفی در خلاف جهت میدان حرکت می‌کند. بنابراین، نوع بار، حتماً باید منفی باشد و شکلی مانند زیر را خواهیم داشت:



از شرط تعادل نیروها داریم:

$$qE = mg$$

و در نتیجه:

$$q = \frac{mg}{E} = \frac{(2/0 \times 10^{-3} \text{ kg})(1/0 \text{ N/kg})}{(5/0 \times 10^5 \text{ N/C})}$$

$$= 4/0 \times 10^{-9} \text{ C} = 0/4 \mu\text{C}$$

۶- با فرض آنکه بار q به‌طور یکنواخت روی شش وجه مکعب توزیع شده باشد، روی هر وجه آن باری به اندازه $q/6$ قرار می‌گیرد. بنابراین، چگالی سطحی چنین می‌شود:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{q/6}{a^2} = \frac{(2/0 \times 10^{-9} \text{ C})}{6(0/4 \text{ m})^2} \approx 2/0 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

۷- الف) نیرو ربطی به جابه جایی ندارد. بنابراین، با استفاده از رابطهٔ ۲-۶ داریم:

$$F_T = \sqrt{F_{1f}^2 + F_{2f}^2} = \sqrt{2}F_{1f}$$

$$= \frac{q_f(45\sqrt{2})10^3}{a^2}$$

فاصلهٔ بار q_2 تا q_f برابر $r = \sqrt{2}a$ است. بنابراین، بزرگی نیروی وارد از q_2 به q_f برابر است با:

$$F_{2f} = (9 \times 10^9) \frac{q_2 q_f}{2a^2}$$

که این باید با F_T که در بالا به دست آوردیم برابر باشد:

$$\frac{q_f(45\sqrt{2})10^3}{a^2} = (9 \times 10^9) \frac{q_2 q_f}{a^2}$$

از اینجا $q_2 = 10\sqrt{2} \mu\text{C}$ می‌شود و همان‌طور که قبلاً گفتیم علامت q_2 مثبت است.

۴- الف) هر پروتون را می‌توان به صورت یک ذرهٔ باردار در نظر گرفت. بنابراین، بزرگی نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی وارد بر یکی از سوی دیگری با قانون کولن داده می‌شود. بنابراین، با استفاده از قانون کولن داریم:

$$F_E = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = k \frac{|q_p||q_e|}{r^2} = k \frac{(q_e)^2}{r^2}$$

$$= (8/99 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2) \frac{(1/6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(4/0 \times 10^{-15} \text{ m})^2} = 14 \text{ N}$$

ب) بزرگی نیروی جاذبهٔ گرانشی از قانون عمومی گرانش به دست می‌آید:

$$F_G = G \frac{m_p m_p}{r^2} = (6/67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2)$$

$$\times \frac{(1/67 \times 10^{-27} \text{ kg})^2}{(4/0 \times 10^{-15} \text{ m})^2} = 1/2 \times 10^{-35} \text{ N}$$

پ) این نتیجه نشان‌دهندهٔ آن است که نیروی جاذبهٔ گرانشی بسیار ضعیف‌تر از آن است که با نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی بین پروتون‌های هسته مقابله کند. با توجه به اینکه اتم‌ها از هم

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{(1/0^\circ F)(1/0^\circ \times 10^{-3} \text{ m})}{(8/85 \times 10^{-12} \text{ F/m})} = 1/1 \times 10^8 \text{ m}^2$$

توجه کنید که این مساحت، متناظر با مساحت مربعی به ضلع حدوداً 10 km است! حجم چنین خازنی دست کم برابر $Ad = 1/1 \times 10^5 \text{ m}^3$ ، یعنی مکعبی به ضلع تقریبی 50 m است. بنابراین، امکان ساختن چنین خازنی به طریق معمول ناممکن یا غیرمعقول است. جالب است بدانید که یکی از شوخی‌های رایج در قدیم این بود که برخی از اساتید به دانشجویان خود می‌گفتند: «برو از آزمایشگاه یک خازن ۱ فاراد بیاور!» البته امروزه می‌توان خازن‌های یک فارادی یا حتی بزرگتری را به ضلع چند سانتی‌متری ساخت. شگرد آن این است که فضای بین صفحه‌ها با ماده مناسبی پر شود. شرح مختصری از این خازن‌ها در مطالعه آزاد کتاب در ارتباط با آبرخازن‌ها آمده است و می‌توانید دانش‌آموزان را ترغیب کنید، در مورد آن تحقیق بیشتری انجام دهند.

۱۲- بار خازن از رابطه $q = CV$ به دست می‌آید. با توجه به اینکه ظرفیت خازن ثابت است، بنابراین، برای نمو (تغییر) q داریم:

$$\Delta q = C \Delta V = C(V_2 - V_1)$$

و از آنجا ظرفیت C خازن چنین می‌شود:

$$C = \frac{\Delta q}{V_2 - V_1} = \frac{15 \times 10^{-6} \text{ C}}{40 \text{ V} - 28 \text{ V}} = 1/2 \times 10^{-6} \text{ F}$$

۱۳- توجه کنید چه صفحه‌های همنام و چه ناهمنام را به هم وصل کنیم، در هر صورت دو خازن به صورت موازی به هم وصل می‌شوند؛ زیرا در اتصال صفحه‌های ناهمنام هم پس از مدت بسیار کوتاهی بارهای الکتریکی از یکی از دو خازن به دیگری جریان می‌یابد و پس از برقراری تعادل، هر دو هم‌پتانسیل شده و صفحه‌های همنام به هم متصل می‌شوند. بنابراین، در نهایت دو خازن موازی داریم که ظرفیت معادل آنها چنین می‌شود:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 5/0 \mu\text{F} + 10 \mu\text{F} = 15 \mu\text{F}$$

اما نحوه اتصال صفحه‌ها به یکدیگر بر چگونگی پایداری بار تأثیر می‌گذارد. بنابراین، در شرایط این مسئله که نخست صفحه‌های همنام به هم متصل شده‌اند برای بار کل این خازن معادل داریم:

$$F = qE = (5/0 \times 10^{-8} \text{ C})(8/0 \times 10^5 \text{ N/C}) = 4/0 \times 10^{-2} \text{ N}$$

(ب) کار نیروی الکتریکی از رابطه ۲-۸ به دست می‌آید:

$$W_E = |q| Ed \cos \theta$$

که در آن θ زاویه بین نیروی الکتریکی و جا به جایی است. توجه کنید که در شکل θ نشان داده نشده است. بنابراین:

$$W = |q| Ed \cos(\pi - \alpha) = (5/0 \times 10^{-8} \text{ C})(8/0 \times 10^5 \text{ N/C})(2/0 \text{ m}) \cos 120^\circ = -6/9 \times 10^{-2} \text{ J}$$

(پ) با استفاده از رابطه ۲-۸ داریم:

$$\Delta U_E = -W_E = +6/9 \times 10^{-2} \text{ J}$$

۸- از رابطه ۲-۱۰ به ازای $\alpha = 0^\circ$ استفاده می‌کنیم:

$$|\Delta V| = Ed$$

و در نتیجه:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{100 \text{ V}}{2/00 \times 10^{-2} \text{ m}} = 5/000 \times 10^3 \text{ V/m}$$

۹- از رابطه ۲-۹ استفاده می‌کنیم:

$$V_B - V_A = \frac{U_B - U_A}{q} = \frac{5/0 \times 10^{-5} \text{ J} - (-4/0 \times 10^{-5} \text{ J})}{20 \times 10^{-9} \text{ C}} = 4/5 \times 10^4 \text{ V}$$

۱۰- الف) با استفاده از رابطه ۲-۹ داریم:

$$\Delta U = q \Delta V = q(V_2 - V_1) =$$

$$(-40 \times 10^{-9} \text{ C})(-10 \text{ V} - (-40 \text{ V})) = -1/2 \times 10^{-7} \text{ J}$$

چون $\Delta U < 0$ شده است، پس انرژی پتانسیل بار q کاهش

یافته است.

(ب) چون از انرژی پتانسیل بار کاسته شده و بار آزادانه حرکت می‌کند، بنابراین، از پایداری انرژی نتیجه می‌گیریم که بر انرژی جنبشی بار افزوده می‌شود و لحظه به لحظه سرعت آن زیاد می‌گردد.

۱۱- از معادله ۲-۱۶ برای ظرفیت یک خازن تخت استفاده می‌کنیم و از آنجا مساحت صفحه‌های A را به دست می‌آوریم:

بنابراین، می‌بینیم $U_f < U_i$ است. انرژی گم شده به کجاریفته است؟ این وضعیت تا حدودی شبیه فعالیت ۲-۸ کتاب است و در این دست از مسائل با همان استدلال می‌توان گفت که انرژی گم شده به حرکت شتابدار بارهای الکتریکی ارتباط دارد که با حرکت خود امواج الکترومغناطیسی تابش می‌کنند و این ارتباطی به گرمای تلف شده در سیم‌های مدار ندارد؛ چرا که همواره مقدار مشخصی دارد.

۱۴- با توجه به اینکه بار و ظرفیت خازن در مسئله دخالت دارند از معادله ۲-۲ ($U = q^2/2C$) برای انرژی خازن استفاده می‌کنیم. اما پیش از آن بهتر است نگاهی به مفهوم این مسئله بیندازیم. اگر خازن در ابتدا بدون بار باشد، تصور آن ساده‌تر است. مثلاً تصور کنید با استفاده از یک «موجین سحرآمیز» الکترون‌ها را از یک صفحه خازن برداشته و به نوبت به صفحه دیگر منتقل می‌کنیم. بر اثر این کار میدانی الکتریکی بین صفحه‌ها برقرار می‌شود و جالب است که این میدان در جهتی است که با انتقال بیشتر بار مخالفت می‌کند. بنابراین، وقتی بار بر روی صفحه‌های خازن بیشتر و بیشتر می‌شود، مجبورید برای انتقال بارهای بیشتر، به طور مدام کارهای بیشتری انجام دهید. البته در عمل می‌دانید که این کار توسط باتری صورت می‌گیرد. بنابراین، ما در اینجا مسئله‌ای کاملاً ذهنی داریم و عملاً داریم فرض می‌کنیم که با یک موجین سحرآمیز بارها را حرکت می‌دهیم و البته لحظه‌ای بینابینی در حین این روند را در نظر گرفته‌ایم؛ یعنی پس از اینکه موجین سحرآمیز با باردار کردن صفحه‌ها، میدانی الکتریکی ایجاد کرده است و داریم به لحظه‌ای توجه می‌کنیم که موجین در حال بردن $3/0 \text{ mC}$ بار از صفحه منفی به صفحه مثبت است. بنابراین، اگر بار صفحه‌ها را در پیش از این لحظه q در نظر بگیریم، پس از لحظه مورد نظر بار به $q + \Delta q$ تبدیل شده است. در نتیجه، تغییر انرژی پتانسیل با استفاده از معادله ۲-۲ چنین می‌شود:

$$\Delta U = \frac{(q + \Delta q)^2}{2C} - \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 + 2q\Delta q}{2C} \\ = \frac{(3/0 \times 10^{-3} \text{ C})^2 + 2q(3/0 \times 10^{-3} \text{ C})}{2(12 \times 10^{-6} \text{ F})} \\ = 0/37 + q(0/25 \times 10^3) = 8$$

و در نتیجه $q = 3/1 \times 10^{-2} \text{ C}$ می‌شود.

$$q_t = q_1 + q_2 = C_1 V_1 + C_2 V_2 \\ = (5/0 \times 10^{-6} \text{ F})(1/2 \times 10^3 \text{ V}) + \\ (10 \times 10^{-6} \text{ F})(7/5 \times 10^2 \text{ V}) \\ = 1/3 \times 10^{-2} \text{ C}$$

پس پتانسیل دو سر خازن معادل چنین می‌شود:

$$V_t = \frac{q_t}{C_{eq}} = \frac{1/3 \times 10^{-2} \text{ C}}{1/5 \times 10^{-5} \text{ F}} = 8/7 \times 10^2 \text{ V}$$

حال با دانستن V_t می‌توانیم بار جدید هر خازن را به دست

آوریم:

$$q'_1 = C_1 V_t = (5/0 \times 10^{-6} \text{ F})(8/7 \times 10^2 \text{ V}) \\ = 4/3 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$q'_2 = C_2 V_t = (10 \times 10^{-6} \text{ F})(8/7 \times 10^2 \text{ V}) \\ = 8/7 \times 10^{-3} \text{ C}$$

که البته q'_2 را می‌توانستیم از پایستگی بار نیز به دست

آوریم:

$$q'_2 = q_t - q'_1 = 8/7 \times 10^{-3} \text{ C}$$

خوب است مسئله را با اتصال صفحه‌های ناهمنام نیز بررسی کنید و یا به عنوان فعالیت از دانش‌آموزان بخواهید انجام دهند.

ب) انرژی ذخیره شده در خازن را می‌توانیم با هریک از رابطه‌های (۲-۱۸)، (۲-۱۹) یا (۲-۲۰) به دست آوریم. اگر از رابطه ۲-۱۹ استفاده کنیم برای انرژی ذخیره شده در پیش از اتصال دو خازن داریم:

$$U_i = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2 \\ = \frac{1}{2} (5/0 \times 10^{-6} \text{ F})(1/2 \times 10^3 \text{ V})^2 + \frac{1}{2} (10 \times 10^{-6} \text{ F}) \\ (7/5 \times 10^2 \text{ V})^2 \approx 6/4 \text{ J}$$

برای انرژی ذخیره شده در پس از اتصال دو خازن داریم:

$$U_f = \frac{1}{2} C_{eq} V_t^2 = \frac{1}{2} (1/5 \times 10^{-5} \text{ F})(8/7 \times 10^2 \text{ V})^2 \\ \approx 5/7 \text{ J}$$

۱۵- الف) خازن‌های $C_1 = 3 \mu\text{F}$ و $C_2 = 1 \mu\text{F}$ با هم موازی‌اند و ظرفیت معادل آنها $C_{23} = 4 \mu\text{F}$ می‌شود. این خازن خود با خازن‌های $C_1 = C_4 = 8 \mu\text{F}$ متوالی است. بنابراین، ظرفیت معادل این مجموعه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{8 \mu\text{F}} + \frac{1}{4 \mu\text{F}} + \frac{1}{8 \mu\text{F}}$$

و در نتیجه $C_{eq} = 2 \mu\text{F}$ می‌شود.

ب) نخست بار الکتریکی کل را به دست می‌آوریم. از رابطه $q = CV$ داریم:

$$q_t = C_{eq} V_t = (2 \mu\text{F})(1 \text{ V}) = 2 \mu\text{C}$$

می‌دانیم که در اتصال متوالی، بار الکتریکی خازن‌ها یکسان است. پس بار خازن‌های $8 \mu\text{F}$ هر کدام $2 \mu\text{C}$ و با توجه به ظرفیت یکسان آنها اختلاف پتانسیل دو سر هر کدام برابر است با:

$$V_1 = V_4 = \frac{2 \mu\text{C}}{8 \mu\text{F}} = 2/5 \text{ V}$$

بدیهی است که مجموع بار در خازن‌های $1 \mu\text{F}$ و $3 \mu\text{F}$ نیز $2 \mu\text{C}$ است. از طرفی می‌دانیم اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌های موازی یکسان است که با معلوم بودن ظرفیت معادل و بار کل قابل محاسبه است:

$$V_{23} = \frac{q_{23}}{C_{23}} = \frac{2 \mu\text{C}}{4 \mu\text{F}} = 5/10 \text{ V}$$

اکنون به محاسبه بارهای q_2 و q_3 می‌پردازیم. خازن‌های ۲ و ۳ موازی‌اند:

$$V_2 = V_3 \Rightarrow \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_3}{C_3} \Rightarrow \frac{q_2}{1 \mu\text{F}} = \frac{q_3}{3 \mu\text{F}}$$

و از طرفی $q_2 + q_3 = 2 \mu\text{C}$. در نتیجه دستگاه دو معادله - دو مجهولی زیر را داریم:

$$\begin{cases} 3/10 q_2 = 1/10 q_3 \\ q_2 + q_3 = 20 \end{cases}$$

از آنجا $q_2 = 5 \mu\text{C}$ و $q_3 = 15 \mu\text{C}$ می‌شود.

۱۶- الف) وقتی کلید باز است، خازن‌های $C_1 = 4 \mu\text{F}$ و $C_2 = 2 \mu\text{F}$ موازی و خازن معادل آنها با خازن $C_3 = 9 \mu\text{F}$ متوالی است. بنابراین برای ظرفیت خازن معادل داریم:

$$C_{eq} = \frac{(C_{12})(C_3)}{C_{12} + C_3} = \frac{(6 \mu\text{F})(9 \mu\text{F})}{6 \mu\text{F} + 9 \mu\text{F}} = \left(\frac{54}{15}\right) \mu\text{F} = 3/6 \mu\text{F}$$

بنابراین انرژی خازن معادل (که همان انرژی ذخیره شده در مجموعه خازن‌ها است) چنین می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} C_{eq} V^2 = \frac{1}{2} (3/6 \times 10^{-6} \text{ F})(1 \text{ V})^2 = 1/8 \times 10^{-4} \text{ J}$$

ب) وقتی کلید بسته شود، خازن C_2 از مدار خارج می‌شود و اکنون ظرفیت خازن معادل برابر است با:

$$C_{eq} = C_{12} = C_1 + C_2 = 6 \mu\text{F}$$

اکنون انرژی خازن معادل چنین می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} C_{eq} V^2 = \frac{1}{2} (6 \times 10^{-6} \text{ F})(1 \text{ V})^2 = 3/10 \times 10^{-4} \text{ J}$$

۱۷- برای سادگی کار، خازن‌ها را نامگذاری می‌کنیم. از بیرونی‌ترین شاخه شروع می‌کنیم:

$$C_1 = 3 \text{ pF}, \quad C_2 = 3 \text{ pF}, \quad C_3 = 6 \text{ pF}$$

$$C_4 = 1 \text{ pF}, \quad C_5 = 4 \text{ pF}$$

$$C_6 = 4 \text{ pF}, \quad C_7 = 12 \text{ pF}$$

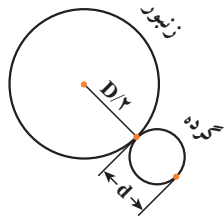
خازن‌های C_6 و C_7 متوالی‌اند و ظرفیت معادلشان برابر است با:

$$C_{67} = \frac{C_6 C_7}{C_6 + C_7} = \frac{(4)(12)}{(4+12)} = 3 \text{ pF}$$

خازن‌های C_4 و C_5 با هم موازی‌اند و ظرفیت معادلشان برابر است با:

$$C_{45} = C_4 + C_5 = 10 + 4 = 14 \text{ pF}$$

خازن‌های C_{67} و C_{45} نیز با هم موازی‌اند:



$$C_{4567} = C_{45} + C_{67} = 14 + 3/0 = 17 \text{ pF}$$

این خازن معادل خود با خازن معادل C_{23} موازی است.

خازن معادل C_{23} برابر است با:

$$C_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{(3/0)(6/0)}{3/0 + 6/0} = 2/0 \text{ pF}$$

بنابراین داریم:

$$C_{234567} = C_{4567} + C_{23} = 17 + 2/0 = 19 \text{ pF}$$

و این خازن معادل خود با خازن C_1 موازی است:

$$C_{1234567} = C_1 + C_{234567} = 3/0 + 19 = 22 \text{ pF}$$

۱۸- همان طور که در راهنمایی آمده است، خازن‌ها به

طور موازی به هم وصل شده‌اند (این را با توجه به شکل مسئله در

کلاس به بحث بگذارید و از دانش‌آموزان بخواهید در این مورد

استدلال کنند.)

بدیهی است برای n صفحه، ما $n-1$ خازن موازی

خواهیم داشت. بنابراین، در حالت کلی ظرفیت خازن کل برابر

است با:

$$C_{eq} = (n-1) \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

در مورد مسئله ما $n=3$ است و در نتیجه داریم:

$$C_{eq} = (3-1) \left(\frac{1/5 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{3/4 \times 10^{-3} \text{ m}} \right) \left(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m} \right)$$

$$\approx 8 \times 10^{-13} \text{ F} = 0.8 \text{ pF}$$

۱۹- الف) نیروی الکتروستاتیکی وارد بر گرده از سوی زنبر

برایند دو نیرویی است که توسط بارهای القا شده به مرکز زنبر وارد

می‌شود. اگر $D=1/0 \text{ cm}$ قطر زنبر کروی و $d=4/0 \text{ } \mu\text{m}$

گرده باشد، این نیروی برایند برابر می‌شود با:

$$F = \frac{kQ|q|}{(d+D/2)^2} - \frac{kQ|q|}{(D/2)^2}$$

$$= -kQ|q| \left[\frac{1}{(D/2)^2} - \frac{1}{(d+D/2)^2} \right]$$

که در آن $Q=45/0 \text{ pC}$ و $q=1/0 \text{ pC}$ است. بنابراین

خواهیم داشت:

$$F = - \left(8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2} \right) (45/0 \times 10^{-12} \text{ C})$$

$$(1/0 \times 10^{-12} \text{ C}) \times$$

$$\left[\frac{1}{(5/0 \times 10^{-3} \text{ m})^2} - \frac{1}{(5/04 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \right]$$

$$= -2/56 \times 10^{-10} \text{ N}$$

علامت منفی نشان‌دهنده این است که نیروی بین

زنبر و گرده از نوع جاذبه است. بزرگی این نیرو برابر با

$$|F| = 2/56 \times 10^{-10} \text{ N}$$

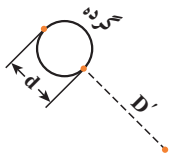
ب) $|Q'|=45/0 \text{ pC}$ بزرگی باری است که در نوک کلاه

قرار دارد. در این صورت، نیروی برایند وارد بر گرده از سوی

کلاه چنین می‌شود:

$$F' = \frac{k|Q||q|}{(D'+d)^2} - \frac{k|Q'||q|}{(D')^2}$$

$$= -k|Q'||q| \left[\frac{1}{(D')^2} - \frac{1}{(D'+d)^2} \right]$$



که در آن $D'=1/0 \text{ mm}$ فاصله گرده تا نوک گرده

است. در نتیجه:

علامت منفی نشان‌دهنده این است که نیروی بین
گرده و کلاله از نوع جاذبه است. بزرگی این نیرو برابر با
 $|F'| = 3/06 \times 10^{-8} \text{ N}$ است.

پ) از مقایسه نتایج قسمت‌های الف و ب درمی‌یابیم که
 $|F'| > |F|$ است و بنابراین گرده به سمت کلاله حرکت می‌کند.

$$F' = -\left(\frac{8/99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(45/0 \times 10^{-12} \text{ C})}{(1/00 \times 10^{-12} \text{ C})} \left[\frac{1}{(1/00 \times 10^{-3} \text{ m})^2} - \frac{1}{(1/04 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \right]$$

$$= -3/06 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R} = \frac{12V}{4/\Omega + 2/\Omega}$$

(ب) اگر از نقطه b در خلاف جهت جریان I به سمت نقطه

a حرکت کنیم، خواهیم داشت:

$$V_b + Ir - \mathcal{E} = V_a$$

$$V_b - V_a = \mathcal{E} - Ir$$

و در نتیجه

فعالیت ۲-۳

وقتی برق به یک خط انتقال فرستاده می‌شود، بخشی از انرژی الکتریکی هنگام برخورد الکترون‌ها (که جریان را می‌سازند) با اتم‌ها، مولکول‌های موجود در مسیر رسانا به صورت انرژی گرمایی تلف می‌شود. مقدار انرژی الکتریکی تلف شده در این مسیر برابر با حاصل ضرب مقاومت خط انتقال و مربع جریان است (معادله ۳-۷ را ببینید: $P = I^2 R$) بنابراین، برای کم نگه داشتن اتلاف، انرژی الکتریکی با شدت جریان پایینی انتقال داده می‌شود. این بدان معناست که برای حصول توان مورد نظر، ولتاژ بایستی بالا باشد تا این، کم شدن جریان را خنثی کند (معادله ۳-۶ را ببینید: $P = I\Delta V$) البته در نقطه توزیع انرژی - مثلاً یک خانه - مبدل (ترانسفورماتوری) ولتاژ برق را به مقداری پایین‌تر (که ایمن‌تر است) و جریان برق را به مقداری بالاتر (که البته توسط مدارشکن‌ها و فیوزها محدود می‌گردد) تغییر می‌دهد.

فعالیت ۳-۳

(الف) همان‌طور که در صورت فعالیت آمده است، باید از

رابطه ۳-۸ استفاده کنیم. از این رابطه خواهیم داشت:

$$R = \frac{(\Delta V)^2}{P}$$

که این مقاومت الکتریکی در دمایی است که دستگاه به ولتاژ اسمی خود متصل شده است. در استفاده از اهم‌سنج به دانش‌آموزان گوشزد کنید که هنگام استفاده از آن ابتدا سنج را روی حداکثر مقاومت قابل اندازه‌گیری تنظیم کنند و دوم اینکه همان‌طور که در صورت فعالیت نیز آمده، وسیله (اینجا لامپ) باید خاموش باشد و هیچ جریانی از آن نگذرد.

فعالیت ۱-۳

وقتی کلید را می‌زنیم، میدان الکتریکی با سرعتی نزدیک به سرعت نور برقرار می‌شود و الکترون‌ها در سرتاسر سیم به‌طور هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند. توجه کنید که این ربطی به زمانی ندارد که طول می‌کشد تا یک الکترون از کلید به لامپ برسد. برای آنکه به درکی از موضوع برسید، یک مثال خوب آن است که یک گروه سرباز (در تشابه با الکترون‌ها) را در نظر بگیرید که به حالت خیردار ایستاده‌اند. وقتی دستور قدم‌رو صادر می‌شود (در تشابه با زده شدن کلید) این دستور با سرعت صوت (در تشابه با سرعت نور در مسئله ما) به گوش سربازان (الکترون‌ها) می‌رسد و آنها هم‌زمان گام برمی‌دارند؛ زیرا این سرعت بسیار سریع‌تر از سرعت حرکت سربازان (الکترون‌ها) است و به همین علت است که سربازان (الکترون‌ها) تقریباً هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند.

تمرین ۱-۳

در رابطه $\Delta q = I(\Delta t)$ جایگذاری می‌کنیم:

$$(\Delta \circ A \cdot h) = (\Delta \circ A)(\Delta t)$$

و در نتیجه:

$$\Delta t = \frac{\Delta \circ A \cdot h}{\Delta \circ A} = 1 \circ h$$

تمرین ۲-۳

با استفاده از جدول ۳-۳ و دستورالعمل کتاب داریم:

$$R = (\text{رقم سوم}) \times 10^2 = (4)(7) \times 10^2 = 470 \circ \Omega$$

بنابراین مقدار مقاومت نشان داده شده 470Ω و با تُلرانس

۱۰ درصد است.

تمرین ۳-۳

(الف) اگر مدار را در خلاف جهت جریان نشان داده شده

بیماییم، با استفاده از قاعده حلقه کیرشهوف داریم:

$$-\mathcal{E} + Ir + IR = 0$$

و در نتیجه

می‌آوریم. در مثال ۳-۳ دیدیم که این معادله به رابطه زیر می‌انجامد:

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

از اینجا دمای T را محاسبه می‌کنیم:

$$T = T_0 + \frac{R - R_0}{\alpha R_0}$$

$$= 20^\circ\text{C} + \frac{(484\Omega - 40\Omega)}{(4/5 \times 10^{-3}\text{C}^{-1})(40\Omega)} \approx 250^\circ\text{C}$$

توجه کنید که در محاسبه دما فرض کردیم که اهم‌سنج، مقاومت لامپ خاموش را حدود 40Ω به دست می‌دهد و ضریب دمایی مقاومت α را نیز از جدول ۳-۱ قرار دادیم.

این آزمایش، آزمایش مهمی است و دانش‌آموزان پس از انجام آن به تفاوت زیادی بین مقاومت اندازه‌گیری شده و مقاومت حاصل از رابطه ۳-۸ می‌رسند. مقاومت اندازه‌گیری شده حدود $20\Omega - 40\Omega$ می‌شود، در حالی که همان‌طور که خواهید دید رابطه ۳-۸ برای اندازه مقاومت به عددی حدود 500Ω می‌انجامد.

دانش‌آموزان باید با بحث گروهی و البته راهنمایی معلم به نقش دمای رشته (فیلامان) ملتهب لامپ پی ببرند که این موضوع قسمت ب فعالیت است.

ب) مقاومت لامپ 100 وات روشن با استفاده از معادله

۳-۸ برابر است با:

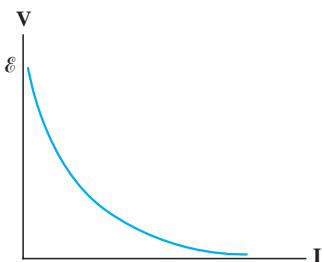
$$R = \frac{(200\text{V})^2}{100\text{W}} = 400\Omega$$

اکنون از رابطه ۳-۳، دمای رشته لامپ را به دست

راهنمای پاسخ یابی فصل سوم

پرسش‌ها

تا وقتی که جریانی از مدار عبور نکند، ولتاژ دو سر مولد با نیروی محرکه برابر است و هر چه جریان عبوری بیشتر شود، افت پتانسیل نیز بیشتر و اختلاف دو سر آن کوچک تر می‌شود. در هر حال چنین شکلی خواهیم داشت :



۵- وقتی لامپی می‌سوزد، به معنی آن است که اتصال در آن قسمت از مدار قطع می‌شود. اگر لامپ‌ها به طور متوالی بسته شده باشند، قطع مدار در هر قسمت از مدار موجب قطع جریان در کل مدار و خاموش شدن همه آنها می‌شود. به همین دلیل است که چراغ‌های خودرو به طور موازی بسته می‌شود تا با سوختن یک لامپ، همه لامپ‌ها نسوزند؛ ولی این تنها دلیل نیست. اتصال موازی باعث می‌شود که بیشترین روشنایی حاصل شود؛ چرا که پتانسیل دو سر همه لامپ‌ها یکی است، در حالی که در اتصال متوالی، این پتانسیل به نسبت مقاومت هر لامپ تقسیم می‌شود.

۶- هرچه کلیدهای بیشتری بسته شود، مقاومت های موازی بیشتری وارد مدار می‌شود. با افزایش تعداد شاخه های موازی، مقاومت مدار کم و در نتیجه جریان عبوری طبق رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$ زیاد می‌شود. این امر طبق رابطه $V = \mathcal{E} - Ir$ موجب کاهش اختلاف پتانسیل می‌شود. پس نتیجه می‌گیریم با بسته شدن کلیدهای بیشتر، آمپرسنج عددی بزرگ تر و ولت‌سنج عددی کوچک تر را نشان می‌دهد.

۷- توان مصرفی را از رابطه $P = VI$ به دست می‌آوریم :

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{(\Delta V)^2}{R} = \frac{V^2}{R}$$

۱- می‌دانیم که ولت‌سنج به طور موازی به دو نقطه‌ای متصل می‌شود که می‌خواهیم ولتاژ آن را اندازه بگیریم. در به هم بستن موازی، اگر مقاومت یک شاخه خیلی زیاد باشد از آن شاخه جریان قابل ملاحظه‌ای عبور نخواهد کرد و مقاومت آن شاخه در محاسبه مقاومت معادل شاخه‌ها تأثیر چندانی ندارد. پس باید مقاومت ولت‌سنج چنان زیاد باشد که با اضافه شدن آن به مدار به صورت موازی، تأثیری بر مقاومت معادل مدار نگذارد تا بدین ترتیب، ولتاژ مورد نظر همان مقداری باشد که پیش از اضافه شدن ولت‌سنج بوده است.

آمپرسنج نیز جریان عبوری از خودش را اندازه می‌گیرد. به همین دلیل آن را با قسمتی از مدار که می‌خواهیم جریان عبوری از آن را اندازه بگیریم به طور متوالی می‌بندیم. بنابراین، برای آنکه با اضافه شدن آمپرسنج به مدار مقاومت مدار تغییر قابل ملاحظه‌ای نکند، مقاومت آمپرسنج باید بسیار کوچک باشد.

۲- آنچه که برای روشن شدن خودرو و استارت خوردن آن نیاز است، جریان است که باید مقدار زیادی هم باشد. باتری‌های قلمی مقاومت داخلی زیادی دارند و این مانع از برقراری جریان لازم می‌شود. به عبارت دیگر، با اینکه نیروی محرکه مجموعه آنها همان ۱.۲۷ شده است، ولی به دلیل افزایش مقاومت داخلی، جریان عبوری کاهش می‌یابد و مانع از استارت خوردن خودرو می‌شود.

۳- شیب نمودار $I-V$ برابر با وارون مقاومت الکتریکی (یا همان رسانندگی الکتریکی) است. پس هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، رسانندگی الکتریکی بیشتر و مقاومت الکتریکی کمتر است. از اینجا نتیجه می‌گیریم :

$$R_A > R_B$$

۴- مولد (منبع نیروی محرکه الکتریکی) دارای مقاومت داخلی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن از رابطه $\Delta V = \mathcal{E} - Ir$ به دست می‌آید :

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir$$

$$R_p = \rho \frac{L/2}{A/2} = \rho \frac{L}{A}$$

بنابراین، $R_p > R_3 > R_1$ است. از طرفی از تعریف مقاومت داریم:

$$I = \frac{\Delta V}{R}$$

بنابراین، با توجه به اینکه اختلاف پتانسیل یکسانی به دو سر سیم اعمال شده است، ترتیب جریان‌ها به صورت $I_1 > I_3 > I_p$ می‌شود.

۱۰- مجموع جریان‌های ورودی حاصل برابر $2A + 2A + 3A + 4A = 11A$ و جریان‌های خروجی حاصل $2A + 1A = 3A$ است. بنابراین، بزرگی جریان I در سیم پایین باید برابر $11A - 3A = 8A$ و جهت آن به سمت راست باشد.

۱۱- همان‌طور که در متن درس اشاره شده است، بستن متوالی به معنای بسته شدن مقاومت‌ها یکی پس از دیگری است به طوری که هیچ انشعابی بین آنها وجود نداشته باشد و بستن به معنای آنکه یک سر مقاومت‌ها مستقیماً به یکدیگر و سر دیگر آنها نیز مستقیماً به هم وصل شده باشد و اختلاف پتانسیل یکسانی به دو سر این مقاومت‌ها اعمال شده باشد. با این تعاریف واضح است که در شکل الف مقاومت‌ها به طور متوالی بسته شده‌اند، در حالی که در شکل‌های ب و پ مقاومت‌ها به طور موازی بسته شده‌اند.

۱۲- توجه کنید که سوی نیروی محرکه الکتریکی در باتری‌های $6V$ در خلاف یکدیگر، و سوی نیروی محرکه الکتریکی در باتری‌های $12V$ هم در خلاف جهت یکدیگرند. بنابراین، این چهار منبع نیروی الکتریکی نمی‌توانند هیچ نیروی محرکه خالصی برای ایجاد جریان تولید کنند. بنابراین، جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر صفر است.

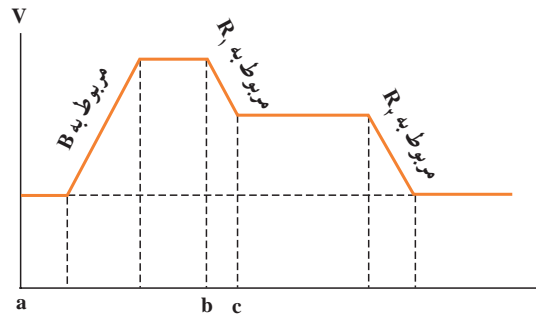
۱۳- وقتی باتری خودرو فرسوده می‌شود، مقاومت داخلی آن افزایش می‌یابد. با افزایش مقاومت داخلی، جریان عبوری نیز کاهش می‌یابد و به این ترتیب باتری نمی‌تواند جریان کافی برای استارت خودرو را (که حدود $50A$ است) تأمین کند.

۱۴- یک باتری خودرو در یک صبح سرد در مقایسه با هنگامی که موتور گرم است، جریان کمتری می‌تواند به استارت

پس کافی است مقاومت معادل را در دو حالت متوالی و موازی مقایسه کنیم. در حالت متوالی $R_{eq} = 2R$ و در حالت موازی $R'_{eq} = R/2$ است. بنابراین داریم:

$$\frac{P_{\text{موازی}}}{P_{\text{متوالی}}} = \frac{V^2/R'_{eq}}{V^2/R_{eq}} = \frac{R'_{eq}}{R_{eq}} = \frac{2R}{R/2} = 4R$$

۸- الف) چون جریان به طور پاد ساعتگرد حرکت می‌کند، باید جهت بیکان نیروی محرکه در جعبه B به سمت راست باشد. ب) بدیهی است که جریان در نقاط a ، b و c یکسان است. پ) اگر نمودار پتانسیل الکتریکی را رسم کنیم، تقریباً به شکلی مثل شکل زیر می‌رسیم:



بنابراین درمی‌یابیم $V_b > V_c > V_a$ است. ت) انرژی پتانسیل الکتریکی متناسب با پتانسیل الکتریکی است. بنابراین داریم:

$$U_b > U_c > U_a$$

۹- مقاومت این رساناها را با استفاده از رابطه ۲-۳ محاسبه می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

بنابراین، اگر رساناهای الف، ب و پ را به ترتیب با اندیس‌های ۱ و ۲ و ۳ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$R_1 = \rho \frac{L}{2A}$$

$$R_2 = \rho \frac{3L/2}{A/2} = \rho \frac{3L}{A}$$

موتور بدهد. این نه به این دلیل است که نیروی محرکه الکتریکی کم است، بلکه به این دلیل است که مقاومت داخلی باتری با کاهش دما افزایش می‌یابد. به همین دلیل است که برخی روی باتری‌های خودرو در صبح‌های سرد زمستان آب داغ می‌ریزند تا واکنش‌های شیمیایی با سهولت در باتری انجام شوند. به عبارت دیگر، واکنش‌های گرماگیر داخل باتری، با ریزش آب داغ با سهولت

بیشتری صورت می‌گیرند.

۱۵- در وضعیت شکل ب، دچار شوک و احتمالاً برق‌گرفتگی نمی‌شویم. زیرا برخلاف شکل الف، بار الکتریکی از طریق سیم، اتصال زمین (و نه از طریق بدن) به زمین می‌رود و اگر جریان سیم زیاد باشد، فیوز می‌پرد.

مسئله‌ها

۱- از رابطه ۳-۳ استفاده می‌کنیم. در مثال ۳-۳ دیدیم که این معادله به رابطه زیر می‌انجامد:

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

از اینجا دمای T را محاسبه می‌کنیم:

$$T = T_0 + \frac{R - R_0}{\alpha R_0}$$

در این رابطه به جای R از رابطه زیر قرار می‌دهیم:

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{2/9V}{0/30A} \approx 9/7\Omega$$

حال با توجه به اینکه $R_0 = 1/1\Omega$ ، $T_0 = 20^\circ C$ و

ضریب دمایی مقاومت تنگستن برابر است با $4/5 \times 10^{-3} C^{-1}$ ، برای دمای رشته خواهیم داشت:

$$T = 20^\circ C + \frac{9/7\Omega - 1/1\Omega}{(4/5 \times 10^{-3} C^{-1})(1/1\Omega)} = 1/7 \times 10^{-3} C$$

۲- مقاومت رسانا را با استفاده از رابطه ۲-۳ محاسبه

می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

در نتیجه:

$$R_A = \rho \frac{L}{\pi r_A^2} = \rho \frac{L}{\pi d_A^2 / 4} = \frac{4\rho L}{\pi d_A^2} = \frac{4\rho L}{\pi (1/0\text{mm})^2}$$

و

$$R_B = \rho \frac{L}{\pi r_B^2} = \frac{\rho L}{\pi [(2/0\text{mm})^2 - (1/0\text{mm})^2]} = \frac{\rho L}{\pi (3/0\text{mm})^2}$$

در نتیجه:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{4\rho L}{\rho L / 9} = 36$$

۳- با استفاده از رابطه ۲-۳ داریم:

(الف)

$$R = \rho \frac{L}{A} = \frac{(1/72 \times 10^{-8} \Omega \cdot m)(35m)}{5/2 \times 10^{-7} m^2} = 1/2\Omega$$

(ب)

$$R = \rho \frac{L}{A} = \frac{(1/72 \times 10^{-8} \Omega \cdot m)(75m)}{13 \times 10^{-7} m^2} = 0/99\Omega$$

۴- در حالت متوالی می‌دانیم جریان عبوری از همه مقاومت‌ها

یکسان است. از طرفی، مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq} = 3R_1 = 3(12\Omega) = 36\Omega$$

و در نتیجه جریان عبوری از همهٔ مقاومت‌ها چنین می‌شود:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12V}{36\Omega} \approx 0.33A$$

در حالت موازی، چون مقاومت‌ها یکسان است، مقاومت

معادل برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R_1}{3} = \frac{12\Omega}{3} = 4\Omega$$

اکنون می‌توانیم جریان کل را به دست آوریم:

$$I_t = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12V}{4\Omega}$$

این جریان در هر سه شاخهٔ موازی به‌طور مساوی تقسیم

می‌شود. بنابراین، جریان عبوری از هر مقاومت ۱A است.

۵- توان مصرفی را می‌توانیم از رابطه‌های ۷-۳ یا ۸-۳

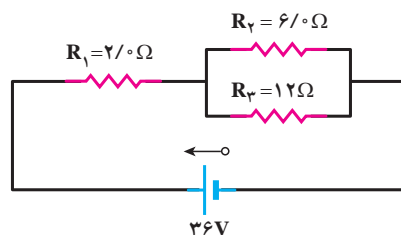
به دست آوریم. از رابطهٔ ۸-۳ استفاده می‌کنیم:

$$P_{مصرفی} = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

پس کافی است اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $6/\Omega$

را به دست آوریم. به این منظور، مدار شکل مسئله را در نظر

بگیرید:



برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $6/\Omega$ باید

نخست جریان کل را محاسبه کنیم. برای محاسبهٔ جریان کل به

مقاومت معادل نیاز داریم:

$$\begin{aligned} R_{eq} &= R_1 + R_{23} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \\ &= 2/\Omega + \frac{(6/\Omega)(12\Omega)}{(6/\Omega + 12\Omega)} = 2/\Omega + 4/\Omega \\ &= 6/\Omega \end{aligned}$$

و در نتیجه:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{36V}{6/\Omega} = 6/A$$

اکنون می‌توانیم پتانسیل دو سر R_{23} را که همان پتانسیل دو

سر R_2 است به دست آوریم:

$$\begin{aligned} V_2 = V_{23} &= I_2 R_{23} = (6/A)(4/\Omega) \\ &= 24V \end{aligned}$$

حال با استفاده از رابطهٔ ۸-۳، توان مصرفی را به دست

می‌آوریم:

$$P_{مصرفی} = \frac{V_{23}^2}{R_{23}} = \frac{(24V)^2}{6/\Omega} = 96W$$

۷- مقاومت $4/\Omega$ را با R_1 ، مقاومت $3/\Omega$ را با R_2

و مقاومت $6/\Omega$ را با R_3 نمایش می‌دهیم. نخست، مقاومت

معادل این مجموعه را به دست می‌آوریم. توجه کنید که

مقاومت‌های R_2 و R_3 با هم موازی و معادل آنها با مقاومت R_1

متوالی است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} R_{eq} &= \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_1 = \frac{(3/\Omega)(6/\Omega)}{3/\Omega + 6/\Omega} + 4/\Omega \\ &= 2/\Omega + 4/\Omega = 6/\Omega \end{aligned}$$

از اینجا جریان کل را به دست می‌آوریم که همان جریان

I_1 نیز هست:

$$I_t = \frac{18V}{6/\Omega} = 3/A$$

پتانسیل مقاومت‌های R_2 و R_3 یکی است. بنابراین داریم:

$$V_2 = V_3 \Rightarrow 3/\Omega I_2 = 6/\Omega I_3 \quad (1)$$

و از طرفی از قاعده انشعاب جریان‌ها داریم:

$$I = I_r + I_r = 3/0 \quad (2)$$

از حل هم‌زمان معادله‌های (1) و (2) به $I_r = 1/0 A$ و

$$I_r = 2/0 A \text{ می‌رسیم.}$$

۸- الف) اگر حلقه را از نقطه A به طور ساعتگرد دور

بزنیم، خواهیم داشت:

$$V_A - IR_1 + \mathcal{E}_r - IR_r - IR_r - IR_1 - \mathcal{E}_1 = V_A$$

از اینجا \mathcal{E}_r را محاسبه می‌کنیم:

$$\mathcal{E}_r = IR_1 + IR_r + IR_r + IR_1 + \mathcal{E}_1$$

$$= I(R_1 + r_r + R_r + r_1) + \mathcal{E}_1$$

$$= (1/2)(2/0 + 0/5 + 1/5 + 1/0) + 12 = 18V$$

برای محاسبه $V_A - V_B$ ، مسیر $A \rightarrow B$ را در شاخه بالا در

جهت جریان طی می‌کنیم:

$$V_A - IR_1 + \mathcal{E}_r - IR_r - IR_r = V_B$$

در نتیجه:

$$V_A - V_B = I(R_1 + r_r + R_r) - \mathcal{E}_r$$

$$= (1/2)(2/0 + 0/5 + 1/5) - 18$$

$$= -13/2V$$

خوب است همین نتیجه را با پیمودن شاخه پایین نیز

وارسی کنیم.

$$V_A + \mathcal{E}_1 + IR_1 = V_B$$

و در نتیجه:

$$V_A - V_B = -\mathcal{E}_1 - IR_1 = -12 - (1/2)(1/0) = -13/2V$$

ب) انرژی مصرف شده در هر یک از مقاومت‌های R_1 و R_r

را می‌توانیم با استفاده از معادله ۳-۷ به دست آوریم. با توجه به

اینکه $U = Pt$ است، داریم:

$$U = Pt = (RI)^2 t$$

بنابراین:

$$U_1 = (R_1)(I)^2(t) = (2/0\Omega)(1/2A)^2(5/0s) = 14/4J$$

$$U_r = (R_r)(I)^2(t) = (1/5\Omega)(1/2A)^2(5/0s) = 1/08J$$

و مجموع این دو انرژی $U = U_1 + U_r = 25/2J$

می‌شود.

۹- حلقه را به طور پادساعتگرد از نقطه A می‌پیمایم و

جریان را نیز به طور پادساعتگرد در نظر می‌گیریم (اگر این فرض

نادرست باشد، علامت I منفی به دست می‌آید):

$$V_A - IR_1 + \mathcal{E}_1 - IR_r - IR_r - IR_r - IR_r - \mathcal{E}_r - IR_r - \mathcal{E}_r = V_A$$

$$\Rightarrow -I(R_1 + r_1 + R_r + R_r + r_r + R_r) + \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_r - \mathcal{E}_r = 0$$

و در نتیجه:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_r - \mathcal{E}_r}{R_1 + r_1 + R_r + R_r + r_r + R_r}$$

$$= \frac{14V - 2/0V - 4/0V}{4/0\Omega + 1/0\Omega + 2/0\Omega + 1/5\Omega + 0/5\Omega + 3/0\Omega}$$

$$\approx 0/67A$$

اکنون برای محاسبه اختلاف پتانسیل $V_A - V_B$ ، از A

به سمت B حرکت می‌کنیم. اگر از شاخه بالایی حرکت کنیم،

داریم:

$$V_A + \mathcal{E}_r + IR_r + \mathcal{E}_r + IR_r = V_B$$

و از آنجا:

$$V_A - V_B = -\mathcal{E}_r - \mathcal{E}_r - I(R_r + R_r)$$

$$= -2/0V - 4/0V - (0/67A)(3/0\Omega + 5/0\Omega)$$

$$\approx -8/3V$$

خوب است همین نتیجه را با پیمودن مسیر شاخه پایینی

نیز وارسی کنیم:

$$V_A - IR_1 + \mathcal{E}_1 - IR_r - IR_r - IR_r = V_B$$

و از آنجا:

$$V_A - V_B = I(R_1 + R_1 + R_r + R_r) - \mathcal{E}_1$$

$$= (0/67A)(4/0\Omega + 1/0\Omega + 2/0\Omega + 1/5\Omega) - 14$$

$$= -8/3V$$

۱۰- اگر توجه کنید تمام مقاومت‌های $4/0\Omega$ دو به دو با

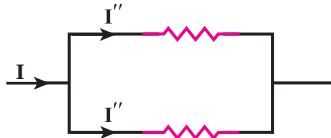
هم موازی‌اند. بنابراین عملاً چنین مداری داریم:

یکسان است (I') و داریم :

$$I = 3I' \Rightarrow I' = \frac{I}{3}$$

خود این $I/3$ از مقاومت‌های موازی $4/0 \Omega$ می‌گذرد؛ مثلاً

شکلی مثل زیر داریم :



چون مقاومت‌ها یکسان است، جریان عبوری از آنها نیز

یکسان است (I'') و داریم :

$$I'' = \frac{I'}{2} = \frac{I}{6} = \frac{3/0}{6} = 0/5 A$$

۱۱- به این منظور، نخست جریان را در مدار به دست

می‌آوریم. با حرکت ساعتگرد از نقطه A و بازگشت به آن خواهیم داشت :

$$V_A + \mathcal{E}_1 - Ir_1 - IR_1 - Ir_2 - \mathcal{E}_2 = V_A$$

در نتیجه جریان I چنین می‌شود :

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2 + R_1} = \frac{6/0 V - 3/0 V}{0/5 \Omega + 1/0 \Omega + 1/5 \Omega} = 1/0 A$$

بنابراین، جهت جریان نیز ساعتگرد است.

اکنون برای محاسبه V_A ، معادله اختلاف پتانسیل‌ها را بین

نقطه‌های A و E (زمین) می‌نویسیم :

$$V_A + \mathcal{E}_1 - Ir_1 - IR_1 = V_E = 0$$

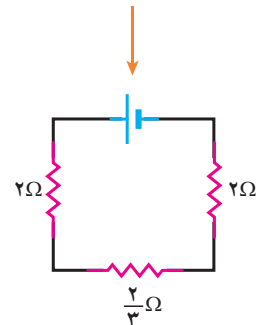
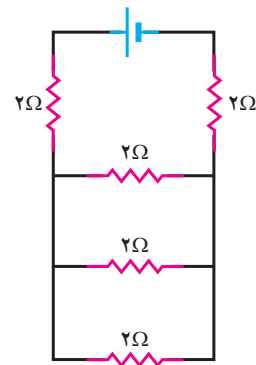
در نتیجه :

$$V_A = I(r_1 + R_1) - \mathcal{E}_1 = (1/0 A)(0/5 \Omega) - 6/0 V = -4/0 V$$

خوب است از مسیر شاخه پایین هم، همین موضوع را

بررسی کنیم :

$$V_A + \mathcal{E}_2 + Ir_2 = V_E = 0$$



پس مقاومت معادل مدار چنین می‌شود :

$$R_{eq} = \frac{2}{3} \Omega + 2 \Omega + 2 \Omega = \frac{14}{3} \Omega$$

و در نتیجه جریان عبوری از مدار معادل (و در نتیجه منبع

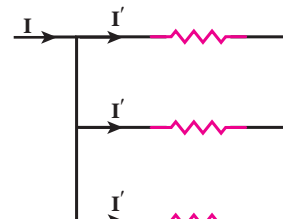
نیروی محرکه) برابر است با :

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{14 V}{\frac{14}{3} \Omega} = 3/0 A$$

اکنون برای محاسبه جریان، گام به گام عقب می‌رویم.

توجه کنید که این جریان $4/0 A$ از سه مقاومت موازی $2/0 \Omega$

می‌گذرد و مثلاً شکلی مانند شکل زیر داریم :



چون مقاومت‌ها یکسان است، جریان عبوری از آنها نیز

و در نتیجه:

$$I_1 + 2I_1 = 2$$

و از آنجا $I_1 = \frac{2}{3}A$ ، $I_2 = \frac{4}{3}A$ می‌شود. حال توان

مصرفی را محاسبه می‌کنیم:

$$P_1 = I_1^2 R_1 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 (3) = \frac{4}{3} \approx 1/3 W$$

و

$$P_2 = I_2^2 R_2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{8}{3} \approx 2/6 W$$

۱۳- نخست مقاومت معادل شاخه بالایی را به دست

می‌آوریم:

$$R_{345} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} + R_5 = \frac{(3/0)(6/0)}{3/0 + 6/0} + 3/0$$

$$= 5/0 \Omega$$

اکنون قاعده حلقه را برای حلقه‌های بالا و پایین

می‌نویسیم. جریان عبوری از بالاترین شاخه را نامیده‌ایم و در

نتیجه داریم:

$$-I_1 R_1 + \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + I_2 R_2 = 0 \quad (1)$$

$$-I_2 R_2 + \mathcal{E}_2 + I_3 R_{345} = 0 \quad (2)$$

همچنین از قاعده انشعاب داریم:

$$I_2 = I_1 + I_3 \quad (3)$$

اگر معادله (۳) را در معادله (۲) قرار دهیم، معادله (۳)

چنین می‌شود:

$$-I_2 R_2 + \mathcal{E}_2 - (I_1 + I_2) R_{345} = 0$$

$$\Rightarrow -I_1 R_{345} - I_2 (R_2 + R_{345}) + \mathcal{E}_2 = 0 \quad (4)$$

اکنون دستگاه معادلات (۱) و (۴) را حل می‌کنیم. با

جای‌گذاری عددها خواهیم داشت:

$$\begin{cases} -2/0 I_1 + 1/5 + 1/0 I_2 = 0 \\ -5/0 I_1 - 6/0 I_2 + 8/0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} V_A &= -\mathcal{E}_2 - I_2 R_2 = -3/0 V - (1/0 A)(1/0 \Omega) \\ &= -4/0 V \end{aligned}$$

۱۲- الف) برای محاسبه مقاومت R_2 ، برای مدار معادل

شکل، معادله اختلاف پتانسیل‌ها را می‌نویسیم. اگر مقاومت معادل مقاومت‌های R_1 و R_2 با R_{12} نمایش دهیم، با حرکت پادساعتگرد خواهیم داشت:

$$-I(1/0 \Omega) + 12V - 6/0 V - I(1/0 \Omega) - I R_{12} = 0$$

که در آن I همان جریان است که آمپرسنج نشان می‌دهد

$(I = 2/0 A)$. در نتیجه برای R_{12} خواهیم داشت:

$$R_{12} = \frac{-(2/0 A)(1/0 \Omega) + 12V - 6/0 V - (2/0 A)(1/0 \Omega)}{2/0 A}$$

$$= 1/0 \Omega$$

مقاومت R_{12} ، مقاومت معادل مقاومت‌های موازی R_1 و

R_2 است. بنابراین:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

و در نتیجه:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_{12}} - \frac{1}{R_1}$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{1/0 \Omega} - \frac{1}{3/0 \Omega} = \frac{2}{3} \Omega^{-1}$$

$$\text{در نتیجه } R_2 = \frac{3}{2} = 1/5 \Omega$$

ب) برای محاسبه توان مصرفی از رابطه $P_{\text{مصرفی}} = I^2 R$

استفاده می‌کنیم. به این منظور باید جریان عبوری از مقاومت‌ها R_1 و R_2 را بشناسیم. چون پتانسیل‌های دو سر این مقاومت‌ها یکسان است، داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow (3/0 \Omega) I_1 = (1/5 \Omega) I_2 \quad (1)$$

و از طرفی از قانون انشعاب جریان‌ها داریم:

$$I = I_1 + I_2 = 2/0 A \quad (2)$$

اکنون از حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲)، جریان‌های I_1

و I_2 را به دست می‌آوریم:

از حل این دستگاه به $I_1 = 1/5 A$, $I_2 = 0/5 A$ می‌رسیم
و از آنجا به:

$$I_3 = I_1 + I_2 = 1/5 A$$

حال با استفاده از معادله ۳-۷، $(P_{\text{مصرفی}} = I^2 R)$ به محاسبه توان مصرفی می‌پردازیم. توجه کنید که توان مصرفی کل مقاومت R_{345} خواسته شده است. بنابراین داریم:

$$P_{345} = I_3^2 R_{345} = (1/5 A)^2 (5/0 \Omega) = 11/25 W$$

۱۴- دوباره از قاعده حلقه برای حلقه‌های سمت چپ و راست و از قاعده انشعاب استفاده می‌کنیم. از به‌کارگیری قاعده حلقه در حلقه‌های سمت چپ و راست به ترتیب داریم:

$$\mathcal{E}_3 - I_2(2/0) + \mathcal{E}_1 - I_1(1/0) = 0$$

$$\mathcal{E}_3 - I_2(2/0) - I_2(1/0) + \mathcal{E}_2 - I_2(3/0) = 0$$

با جای‌گذاری مقادیر نیروهای محرکه الکتریکی و کمی

ساده‌سازی داریم:

$$-(2/0)I_2 - (1/0)I_1 + 6 = 0$$

$$-(2/0)I_2 - (4/0)I_2 + 10 = 0$$

و از قاعده انشعاب داریم:

$$I_3 = I_1 + I_2$$

با قرار دادن معادله سوم در معادله‌های اول و دوم داریم:

$$-(2/0)(I_1 + I_2) - (1/0)I_1 + 6/0 = 0$$

$$\Rightarrow -3/0 I_1 - 2/0 I_2 + 6/0 = 0 \quad (1)$$

و

$$-(2/0)(I_1 + I_2) - 4/0 I_2 + 10 = 0$$

$$\Rightarrow -2/0 I_1 - 6/0 I_2 + 20 = 0 \quad (2)$$

اکنون دستگاه معادلات حاصل از (۱) و (۲) را حل

می‌کنیم:

$$\begin{cases} -3I_1 - 2I_2 + 6 = 0 \\ -2I_1 - 6I_2 + 10 = 0 \end{cases}$$

از اینجا $I_1 = \frac{1}{5} A$, $I_2 = \frac{9}{5} A$ می‌شود.

۱۵- ولتاژ دو سر منبع نیروی محرکه الکتریکی از رابطه

$$\Delta V = \mathcal{E} - I_2 r$$

است (معادله ۳-۶). با برابر قرار دادن طرف‌های راست این دو معادله خواهیم داشت:

$$\mathcal{E} - I_2 r = P_1 / I_1$$

در نتیجه می‌توانیم دستگاه معادلات زیر را تشکیل دهیم:

$$\begin{cases} \mathcal{E} - I_2 r = P_1 / I_1 \\ \mathcal{E} - I_2 r = P_2 / I_2 \end{cases}$$

از آنجا r چنین می‌شود:

$$r = \frac{P_1 / I_1 - P_2 / I_2}{I_2 - I_1}$$

$$= \frac{9/50 - 12/6}{7/00 - 5/00} = 5/00 \times 10^{-2} \Omega$$

و اکنون با دانستن r ، \mathcal{E} چنین می‌شود:

$$\mathcal{E} = I_2 r + \frac{P_1}{I_1}$$

$$= (5/00)(5/00 \times 10^{-2}) + \frac{9/50}{5/00}$$

$$= 2/15 V$$

تهیه و تنظیم فصل‌های ۱ و ۲ و ۳:

محمدرضا خوش‌بین خوش‌نظر

درس مطرح شود ولی اگر آن را مطرح نمودید نباید جزء ارزشیابی محسوب گردد.

صفحه ۱۲۶: پرسش ۴-۷، در شکل الف بار q در امتداد میدان \vec{B} حرکت نکرده است. بنابراین، به آن نیروی مغناطیسی وارد شده است در حالی که در شکل ب بار q در امتداد میدان \vec{B} حرکت کرده است و نیروی مغناطیسی به آن وارد نشده است.

صفحه ۱۳۸: پرسش ۴-۸، الف) بر اثر عبور جریان از پیچه، میدان مغناطیسی درون پیچه، سبب مغناطیسی شدن میله‌ها و در نتیجه دور شدن آنها از هم می‌شود. ب) چون پس از بستن کلید میله‌ها از هم دور شده‌اند، باید از جنس فرومغناطیس نرم باشند. توجه کنید پس از باز کردن کلید، دوباره میله‌ها به محل اولیه برمی‌گردند و این نشان می‌دهد که پس از باز کردن کلید میله‌ها خاصیت مغناطیسی را در خود نگه نمی‌دارند و از جنس فرومغناطیس نرم هستند.

صفحه ۱۲۰: در خصوص میل مغناطیسی (magnetic declination) لازم به توضیح است که هرگاه یک آهنربا را روی سطح افقی میزی قرار دهیم، عقربه قطب‌نما در یک جهت مشخص می‌ایستد. از امتداد این جهت نصف‌النهار فرضی مغناطیسی عبور می‌کند. همچنین نصف‌النهار فرضی جغرافیایی از محل آهنربا نیز عبور می‌کند. زاویه بین این دو نصف‌النهار برابر میل مغناطیسی است. مثلاً این زاویه در تهران حدود $4/5$ درجه و رو به شرق است. در برخی از کتاب‌ها، میل مغناطیسی را با عنوان وردش مغناطیسی (magnetic variation) آورده‌اند که معادل یکدیگرند. همچنین میدان مغناطیسی در بیشتر نقاط روی سطح زمین افقی نیست، زاویه آن به سمت بالا یا پایین است که این زاویه را شیب مغناطیسی (magnetic inclination) می‌نامند. البته این تعریف در کتاب درسی نیامده است و ضرورتی نیز ندارد که در کلاس

راهنمای پاسخ‌یابی فصل ۴

پرسش‌ها

۹- با توجه به جهت قراردادی جریان باتری A باید در

مدار قرار گیرد تا عقربه مغناطیسی به طرف چپ بچرخد.

۱۰- باتری A. به جهت قراردادی جریان و همچنین

جهت خط‌های میدان مغناطیسی در سیم‌لوله باید توجه شود.

توجه به شکل ۴-۱۹ مفید است.

۱۱- با توجه به جهت جریان در میله و جهت میدان

مغناطیسی در فضای بین قطب‌های آهنربا، از قاعده دست راست

جهت نیروی وارد بر میله را پیدا کنید. با بستن کلید k، میله به

طرف راست حرکت می‌کند.

۲- الف) در نقطه A برآیند میدان‌های مغناطیسی ناشی از

دو آهنربا اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند و میدان \vec{B} برآیند صفر است.

۳- الف) یک روش در شکل ۴-۴، نمایش داده شده

است. روش دیگر به کمک آهنربایی که قطب‌های آن معلوم است.

ب) آهنربای ۲.

۵- انتظار می‌رود دانش‌آموزان بتوانند از قاعده دست

راست استفاده کنند. برای مثال، ذره ۱ بار مثبت دارد و ذره ۳

بدون بار است.

مسئله‌ها

۱-

$$F = IIB \sin \alpha \Rightarrow 1 \text{ N} = I(2 \text{ m})(0.5 \text{ T}) \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow I = 1 \text{ A} \text{ (جهت از D به C)}$$

۲- الف)

$$F = IIB \sin \alpha \Rightarrow (1/6 \text{ A})(1 \text{ m})(0.5 \times 10^{-3} \text{ T}) \sin 90^\circ \\ = 8 \times 10^{-5} \text{ N}$$

ب) باید برآیند نیروهای وارد بر سیم حامل جریان صفر

باشد.

$$\left. \begin{array}{l} F = mg \\ F = IIB \sin \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow IIB \sin \alpha = mg$$

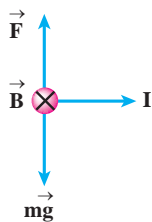
$$I(1 \text{ m})(0.5 \times 10^{-3}) \sin 90^\circ = (8 \times 10^{-3} \text{ kg})(10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

$$I = 1600 \text{ A}$$

عبور چنین جریان بزرگی از این سیم در عمل امکان‌پذیر

نیست. بنابراین، نمی‌توان انتظار داشت نیروسنج‌ها عدد صفر را

نشان دهند.



۳- الف)

$$F = qvB \sin \theta = (1/6 \times 10^{-19} \text{ C})(4/4 \times 10^6 \text{ m/s}^2)$$

$$(18 \times 10^{-2} \text{ T}) \sin 53^\circ \approx 10^{-14} \text{ N}$$

ب)

$$F = ma \Rightarrow 10^{-14} \text{ N} = (1/7 \times 10^{-27} \text{ kg})a$$

$$\Rightarrow a = 5/88 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$$

۴-

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A})}{2 \times 5 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

$$\approx 3 \times 10^{-3} \text{ T}$$

$$B_P = B_Q \Rightarrow \mu_0 \left(\frac{N_P}{l_P} \right) I_P = \mu_0 \left(\frac{N_Q}{l_Q} \right) I_Q$$

$$\Rightarrow N_P I_P = N_Q I_Q$$

$$200 I_P = 300 \times (1A) \Rightarrow I_P = 1/5 A$$

(الف-۷)

$$F = qvB \sin\theta$$

$$6/8 \times 10^{-4} N = (1/6 \times 10^{-19} C)(2/4 \times 10^5 m/s^2)$$

$$\times B \times \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow B = 1/77 T$$

(ب)

$$F = qE \Rightarrow 6/8 \times 10^{-4} N = (1/6 \times 10^{-19} C)E$$

$$\Rightarrow E = 4/25 \times 10^5 N/C$$

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \left(\frac{N}{l} \right) I$$

$$= (4\pi \times 10^{-7} T \cdot m/A) \left(\frac{250}{0.14 m} \right) (0.8 A)$$

$$= 1/8 mT$$

۶- با توجه به اینکه جهت جریان در دو سیملوله مخالف

یکدیگر است، جهت میدان مغناطیسی ناشی از آنها در نقطه M

مخالف یکدیگر است، برای آنکه برآیند میدان \vec{B} در نقطه M

صفر شود باید بزرگی میدان \vec{B} ناشی از هر سیملوله در نقطه M

یکسان باشد.

فصل ۵

صفحه ۱۶۰ : تمرین ۴-۵ :

$$L=25\text{cm}, A=0.5\text{cm}^2, N=400, I=1.5\text{A}$$

$$L=? , U=?$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l} \quad (\text{الف})$$

$$= (4\pi \times 10^{-7} \text{T} \cdot \text{m/A}) \frac{(400)^2 (0.5 \times 10^{-4} \text{m}^2)}{25 \times 10^{-2} \text{m}}$$

$$= \frac{8\pi}{25} \times 10^{-7} \text{H} = 10^{-7} \text{H}$$

(ب)

$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} (10^{-7} \text{H}) (1.5 \text{A})^2$$

$$= 1.125 \times 10^{-7} \text{J}$$

صفحه ۱۶۴ : تمرین ۵-۵، الف)

$$I = 2 \times 10^{-3} \times \sin 120^\circ \pi t$$

$$= 2 \times 10^{-3} \times \sin 120^\circ \pi \left(\frac{1}{30} \text{s}\right) = 0$$

(ب)

صفحه ۱۴۶ : پرسش ۱-۵، حرکت سریع تر آهنربا درون

یک پیچه سبب می شود تا جریان بزرگتری در آن القا شود.

صفحه ۱۴۸ : تمرین ۱-۵،

$$A = 50 \text{cm}^2 = 50 \times 10^{-4} \text{m}^2, \theta = 0$$

$$\Delta B = 0.3 \text{T}, \Delta \Phi = ?$$

$$\Delta \Phi = (A \cos \theta) \Delta B = (50 \times 10^{-4} \text{m}^2 \times 1) (0.3 \text{T})$$

$$= 1.50 \times 10^{-4} \text{Wb}$$

صفحه ۱۵۱ : تمرین ۲-۵،

$$\Delta t = 0.5 \text{s}, A = 120 \text{cm}^2 = 120 \times 10^{-4} \text{m}^2$$

$$B_1 = 0.2 \text{AT}, B_2 = -0.12 \text{T}, R = 2\Omega, \left| \bar{\mathcal{E}} \right| = ?, I = ?$$

$$\left| \bar{\mathcal{E}} \right| = \left| \frac{-\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| \frac{-(120 \times 10^{-4} \text{m}^2)(-0.3 \text{T})}{0.5 \text{s}} \right| \quad (\text{الف})$$

$$= 9/6 \times 10^{-3} \text{V}$$

(ب)

$$I = \frac{\left| \bar{\mathcal{E}} \right|}{R} = \frac{9/6 \times 10^{-3} \text{V}}{2\Omega} = 4/8 \times 10^{-3} \text{A} = 4/8 \text{mA}$$

صفحه ۱۵۲ : پرسش ۲-۵، عبور آهنربا از جلوی پیچه

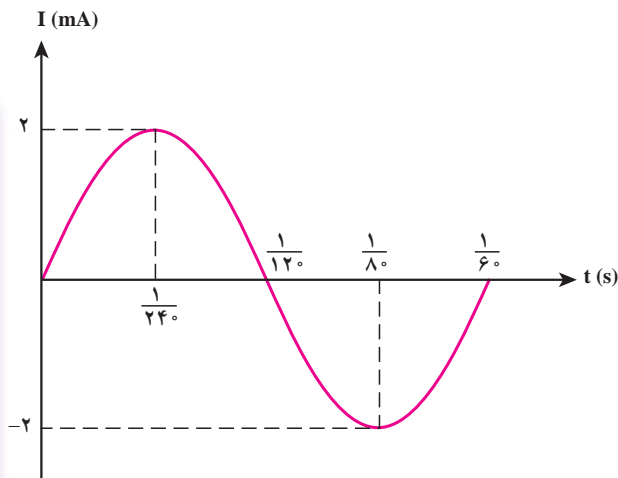
متصل به دو شاخ جلوی دو چرخه، سبب تغییر شار مغناطیسی عبوری از پیچه و در نتیجه القای جریان می شود. این جریان توسط یک رایانه کوچک خوانده می شود و با توجه به تعداد مرتبه ای که این جریان القایی در یک زمان مشخص (مثلاً یک دقیقه) توسط رایانه ثبت می شود و همچنین با توجه به قطر چرخه که در رایانه وجود دارد، سرعت سنج دو چرخه کار می کند.

صفحه ۱۵۳ : پرسش ۳-۵، در شکل (الف) آهنربا رو

به پایین حرکت می کند و در شکل (ب) آهنربا رو به بالا حرکت می کند.

صفحه ۱۵۵ : در آزمایش کنید ۲-۵ حتماً از باتری نو

استفاده کنید تا نتیجه آزمایش بهتر دیده شود.



راهنمای پاسخ‌یابی فصل ۵

پرسش‌ها

در حلقه‌ی سمت چپ، جریان در جهت ساعتگرد القا می‌شود تا کاهش شار عبوری از آن جبران شود.

۷- جریان در جهت ساعتگرد در حلقه‌ی القا می‌شود.

۸- جریان در جهت پادساعتگرد در مدار القا می‌شود.

۹- الف) از b به a (درون مقاومت R)

ب) از a به b (درون مقاومت R)

۱۰- انرژی ذخیره شده در القاگر از رابطه $U = \frac{1}{2}LI^2$

به دست می‌آید. با کاهش مقاومت رثوستا، جریان عبوری از مدار

و در نتیجه القاگر افزایش می‌یابد. در این صورت انرژی بیشتری

در القاگر ذخیره می‌شود. با قرار دادن یک هسته‌ی فرومغناطیسی

نرم درون القاگر (سیملوله)، ضریب خودالقای (L) آن افزایش

می‌یابد و در نتیجه انرژی بیشتری در القاگر ذخیره می‌شود.

۱۱- الف) با چرخش میله، آهنربای متصل به آن نیز

می‌چرخد و سبب تغییر شار مغناطیسی در فضای اطراف خود

می‌شود. همین امر سبب القای جریانی در سیم پیچ می‌شود.

ب) با افزایش سرعت، آهنگ تغییر شار مغناطیسی نیز

افزایش می‌یابد و در نتیجه جریان بزرگ‌تری در سیم پیچ القا

می‌شود.

پ) استفاده از سیم پیچی با تعداد دور بیشتر و آهنربای

قوی‌تر و همچنین استفاده از ولت سنح دقیق‌تر می‌تواند سبب

بهبود و افزایش دقت دستگاه شود.

۱- با توجه به قانون لنز، جهت جریان القایی در جهت

ساعتگرد در حلقه‌ی القا می‌شود.

۲- آهنربا هنگام عبور از حلقه‌ی رسانا، با مخالفتی روبه رو

می‌شود که منشأ آن به جریان القایی در حلقه مربوط است. بنابراین،

آهنربایی که از حلقه می‌گذرد آرام‌تر به سطح زمین برخورد می‌کند.

۳- الف) در جهت پادساعتگرد

ب) در جهت پادساعتگرد

پ) جریانی القا نمی‌شود.

۴- چون سیملوله از حلقه دور می‌شود، شار عبوری

از حلقه نیز کاهش می‌یابد. با توجه به جهت جریان و میدان در

سیملوله، جریان القایی در جهت پادساعتگرد در حلقه به وجود

می‌آید.

۵- با افزایش مقاومت رثوستا، جریان عبوری از مدار

کاهش می‌یابد و در نتیجه شار عبوری از حلقه‌ی رسانا نیز کاهش

می‌یابد. با توجه به جهت جریان و میدان مغناطیسی ناشی از مدار،

جریان القایی در جهت پادساعتگرد در حلقه‌ی رسانا به وجود

می‌آید.

۶- در حلقه‌ی سمت چپ، چون به موازات سیم دراز حامل

جریان ثابت I حرکت می‌کند، جریانی القا نمی‌شود. شار عبوری

از حلقه در هر لحظه از زمان ثابت است و تغییری نمی‌کند.

مسئله‌ها

۱- مرحله اول: حلقه در حال وارد شدن به میدان است.

مرحله دوم: در این مرحله شار عبوری از حلقه ثابت

است و مقدار آن برابر است با

$$\Phi_1 = 1/8 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

به مقدار بیشینه خود می‌رسد.

$$\Phi_1 = BA \cos \theta = (2 \times 10^{-2} \text{ T})(9 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \cos 90^\circ$$

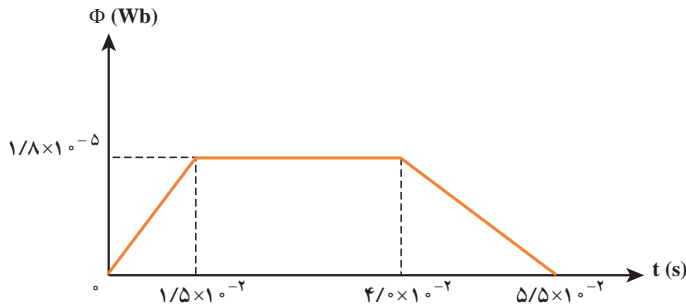
$$= 1/8 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{5 \times 10^{-2} \text{ m}}{2 \text{ m/s}} = 2/5 \times 10^{-2} \text{ s}$$

مرحله سوم: در این مرحله، شار عبوری از مقدار بیشینه شروع می‌شود و به تدریج کاهش یافته و $\Phi_r = 1/8 \times 10^{-5} \text{ Wb}$

سرانجام صفر می‌شود.

$$\Delta t_r = \Delta t_1 = 1/5 \times 10^{-2} \text{ s}$$



۲-

$$\Delta t = 2 \text{ ms} = 2 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$\Delta I = 0.1 \text{ A}, L = 0.5 \text{ H}, |\mathcal{E}| = ?$$

$$|\mathcal{E}| = \left| -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \right| = \left| -(0.5 \text{ H}) \frac{0.1 \text{ A}}{2 \times 10^{-3} \text{ s}} \right| = 25 \text{ V}$$

۳-

$$A = 2 \text{ cm}^2, l = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}, N = 1000, L = ?$$

الف) ضریب خودالقایی سیموله‌ای که درون آن هوا باشد

از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A})(10^3)^2 (2 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{0.08 \text{ m}} = 3.14 \times 10^{-3} \text{ H}$$

ب) از رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ داریم:

$$4 \text{ J} = \frac{1}{2} (3.14 \times 10^{-3} \text{ H}) I^2$$

$$I = 5 \text{ A}$$

همان‌طور که دیده می‌شود 5 A جریان بزرگی است که باید

از سیموله‌ای با مشخصات اشاره شده بگذرد تا در آن انرژی 4 J انرژي

ذخیره شود. به همین جهت با قرار دادن یک هسته آهنی و افزایش

ضریب خودالقایی سیموله، برای ذخیره همین مقدار انرژی لازم

است جریان به مراتب کمتری از آن عبور دهیم.

۴-

$$N = 1000, B_1 = 0.4 \text{ T}, \Delta t = 0.1 \text{ s},$$

$$B_2 = -0.4 \text{ T}, A = 5 \text{ cm}^2, |\mathcal{E}| = ?$$

الف)

$$|\mathcal{E}| = \left| -N \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right| = \left| -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$$

$$= \left| -1000 \times (5 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \cos 0^\circ \frac{-(0.4 \text{ T})}{0.1 \text{ s}} \right| = 4 \text{ V}$$

ب) در مرحله اول اندازه \vec{B} به صورت زیر تغییر می‌کند.

$$0.4 \rightarrow 0$$

و جهت جریان طوری است که از کم شدن مقدار میدان

مغناطیسی جلوگیری کند. بنابراین، از سمت چپ پادساعتگرد

است.

در مرحله دوم اندازه \vec{B} از صفر به 0.4 می‌رسد و جهت

جریان طوری است که از زیاد شدن مقدار میدان مغناطیسی

جلوگیری می‌کند. بنابراین، از سمت چپ، پادساعتگرد است.

۵-

$$A = 3 \text{ cm}^2, N = 1000, \Delta t = 0.2 \text{ s}, \theta_1 = 0^\circ,$$

$$\theta_2 = 90^\circ, \mathcal{E} = ?, B = 0.5 \text{ G}$$

در لحظه‌هایی که $100\pi t$ برابر $\frac{\pi}{4}$ ، $\frac{\pi}{2}$ و ... است،
 بزرگی I بیشینه و مقدار آن برابر $2A$ است.

(ب) در لحظه $t = \frac{1}{400}$ s داریم:

$$I = 2 \sin 100 \cdot t \left(\frac{1}{400} \text{s} \right) = 2 \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} A$$

-۸

$$N_1 = 11, N_2 = 18, V_2 = 6V, V_1 = ?$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{6V}{V_1} = \frac{18}{11}$$

$$V_1 = \frac{66}{18} V \approx 3.67V$$

تمرین ۵: رشته علوم تجربی (صفحه ۱۳۲)

$$\mathcal{E} = -Blv \sin \theta$$

$$= -(50 \times 10^{-6} \text{T})(30 \text{m})(200 \text{m/s}) \sin 30^\circ$$

$$= -0.15V$$

تهیه و تنظیم فصل‌های ۴ و ۵: روح‌الله خلیلی بروجنی

$$\overline{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -NA \cos \theta \frac{(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}{\Delta t}$$

$$= -1000 \times (30 \times 10^{-6} \text{m}^2) (0.5 \times 10^{-2} \text{T}) \times$$

$$\frac{(\cos 90^\circ - \cos 0^\circ)}{0.02 \text{s}} = 0.75V$$

$$|\mathcal{E}| = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = \left| \frac{d}{dt} (4t^2 + 3t - 1) \times 10^{-3} \right| \quad -6$$

$$= |(-8t - 3) \times 10^{-2}|$$

در لحظه $t = 2$ s داریم:

$$|\mathcal{E}| = |(-8 \times 2 - 3) \times 10^{-2} V| = 19 \times 10^{-2} V$$

-۷

$$I_m = 2A, T = 0.02 \text{s}, R = 5\Omega$$

الف) معادله جریان در SI عبارت است از:

$$I = I_m \sin \omega t = 2 \sin \frac{2\pi}{0.02} t$$

$$= 2 \sin 100\pi t$$