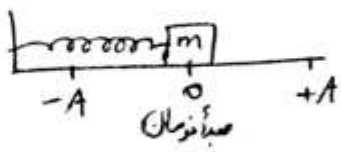
حرکت نوسانی :

* حرکت هماهنگ ساده : یک حرکت نوسانی را هماهنگ ساده می نامیم وقتی مسیر رفت و برگشت متحرک روی یک پاره خط حول نقطه ای واقع در وسط آن باشد.



(روی سطح بدون اصطکاک)

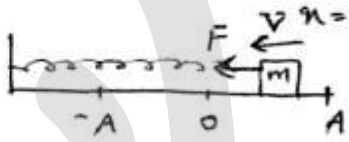
* دامنه ی نوسان : A

طول پاره خط نوسان = ۲A

یک نوسان کامل = ۴A

* نمودارهای نوسانگر ، مکان نوسانگر، شتاب و سرعت نوسانگر در حالات مختلف سامانه وزنه-فنر :

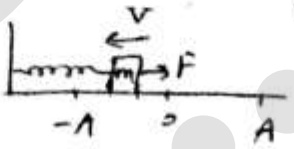
الف) از $x=0$ تا $x=+A$



$F<0 \rightarrow a<0$
$x>0 \;,\; v<0$ } $av>0$ تندشونده

* ناحیه دوم *

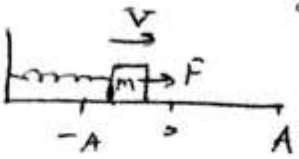
ب) از $x=-A$ تا $x=0$



$F>0 \rightarrow a>0$
$x<0 \;,\; v<0$ } $av<0$ کندشونده

* ناحیه سوم *

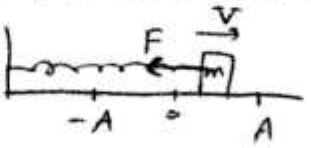
ج) از $x=0$ تا $x=-A$



$F>0 \rightarrow a>0$
$x<0 \rightarrow v>0$ } $av>0$ تندشونده

* ناحیه چهارم *

د) از $x=+A$ تا $x=0$



$F<0 \rightarrow a<0$
$x>0 \;,\; v>0$ } $av<0$ کندشونده

* ناحیه اول *

- در نقاط $x=\pm A$ سرعت صفر و شتاب بیشینه است.
- در نقطه $x=0$ ، سرعت بیشینه و شتاب صفر است.

* معادله حرکت نوسانی :

$$\left.\begin{array}{l} F=ma=m\dfrac{d^2x}{dt^2} \\ F=-kx \end{array}\right\} \; -kx=m\dfrac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0 \longrightarrow \frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2 x=0$$

$$\boxed{x=A\sin\omega t}$$

x : مکان نوسانگر A : دامنه ی نوسان

ω : بسامد زاویه ای

T : دوره تناوب

f : بسامد

φ : فاز حرکت

k : ثابت فنر

m : جرم وزنه

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$$

$$x=A\sin\varphi$$

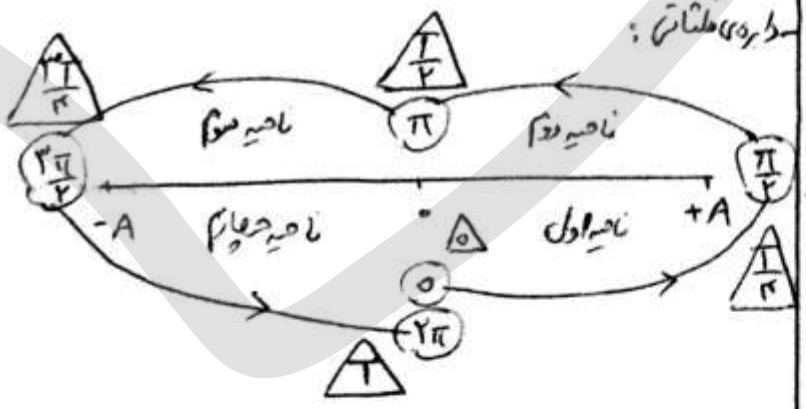
$$\varphi=\omega t$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \quad , \quad \Delta\varphi=\omega\Delta t$$

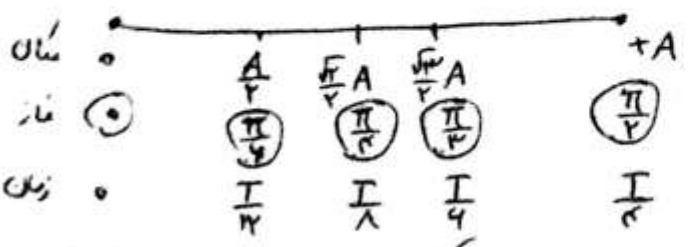
$$T=\frac{t}{N} \; , \; f=\frac{N}{t} \; , \; T=\frac{1}{f}$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad , \quad f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

* دایره ی مثلثاتی :



* ناحیه اول :



- دقت نواحی را مطابق فوق بررسی کنید.

- محاسبه فاز نوسانگر:

$\sin\varphi = \frac{x}{A}$ φ را با توجه به دایره مثلثاتی بدست می‌آوریم.

- معادله سرعت - زمان:

$v = \frac{dx}{dt}$

$v = v_m \cos\omega t$, $v_m = A\omega$

- معادله شتاب - زمان:

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$

$a = -a_m \sin\omega t$, $a_m = A\omega^2$

- معادله نیرو - زمان:

$F = -F_m \sin\omega t$, $F_m = mA\omega^2$

- رابطه سرعت - مکان:

$\left(\frac{x}{x_m}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_m}\right)^2 = 1$, $x_m = A$

$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$

- رابطه شتاب - سرعت:

$\left(\frac{v}{v_m}\right)^2 + \left(\frac{a}{a_m}\right)^2 = 1$

$a = \pm\omega\sqrt{v_m^2 - v^2}$

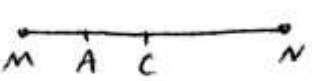
- رابطه نیرو - مکان:

$F = -m\omega^2 x$

- رابطه شتاب - مکان:

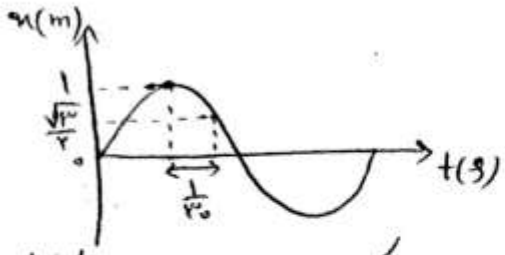
$\left(\frac{a}{a_m}\right)^2 = \left(\frac{x}{x_m}\right)^2$, $a = -\omega^2 x$

مثال ۱: نوسانگر ساده‌ای روی پاره خط MN در دو طرف مبدأ تعادل C نوسان می‌کند. اگر mA برابر $A'C$ بوده و نوسانگر MA را در مدت ۰/۲ ثانیه بپیماید، دوره‌ی نوسان چند ثانیه است؟



۱) ۰/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۱/۲ ۴) ۱/۶

مثال ۲: نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل است. دوره‌ی آن چند ثانیه است؟



۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

مثال ۳: بیشینه‌ی نیروی وارد بر نوسانگر ساده‌ای ۶N است. در لحظه‌ای که نیروی وارد بر آن $3\sqrt{3}$ نیوتون باشد، اندازه‌ی سرعت آن چند برابر بیشینه‌ی سرعت است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

مثال ۴: معادله سرعت - مکان نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $v^2 = 4000 - 4x^2$ است. بیشینه‌ی شتاب این نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۰/۰۴ ۲) ۰/۴۰ ۳) ۴ ۴) ۴۰

مثال ۵: با توجه به نمودار روبرو که مربوط به مکان - زمان دو نوسان‌کننده‌ی A و B است و جرم جسم A چهار برابر جرم جسم B است بیشینه‌ی نیروی وارد بر جسم A چند برابر بیشینه‌ی نیروی وارد بر جسم B است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) ۱۶ ۴) ۴

مثال ۶: معادله سرعت - زمان نوسانگری در SI به صورت $v = 0.2\pi\cos(10\pi t)$ است. در بازه‌ی زمانی $t=0$ تا $t=\frac{1}{12}$ s چند ثانیه حرکت نوسانگر کند شونده است؟

۱) $\frac{1}{15}$ ۲) $\frac{1}{40}$ ۳) $\frac{1}{30}$ ۴) $\frac{1}{20}$

مثال ۷: در یک حرکت نوسانی ساده معادله شتاب در SI، $a = -\pi^2 x$ است. دوره این نوسانگر چند ثانیه است؟ (x مکان این حرکت است)

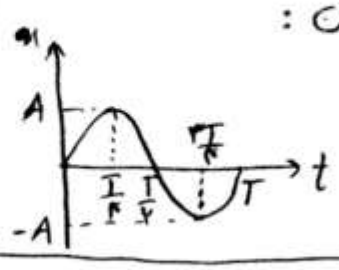
۱) ۰/۵ ۲) ۲ ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) π

مثال ۸: وزنه‌ای به جرم ۰/۵ کیلوگرم به فنر سبکی با ثابت $200\frac{N}{m}$ بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کند. اگر دامنه ۵cm باشد، سرعت وزنه در فاصله ۳cm از مرکز نوسان چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۱/۶ ۳) ۲/۴ ۴) ۳/۶

روابط حرکت نوسانی:

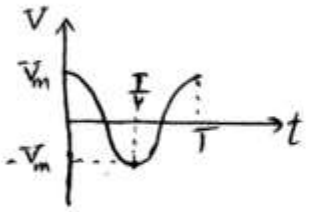
معادله مکان - زمان:



$$x = A\sin\omega t$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

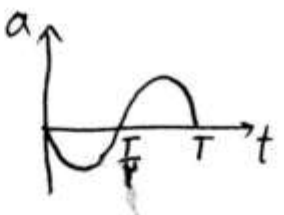
معادله سرعت - زمان:



$$v = v_m \cos\omega t$$

$$v_m = A\omega$$

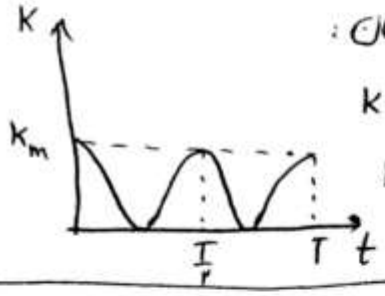
معادله شتاب - زمان:



$$a = -a_m \sin\omega t$$

$$a_m = A\omega^2$$

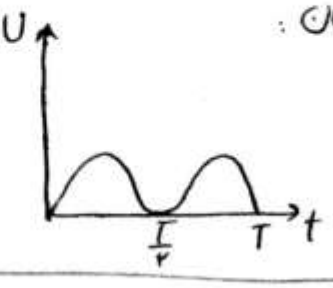
معادله انرژی جنبشی - زمان:



$$K = K_m \cos^2\omega t$$

$$K_m = E = \frac{1}{2}kA^2$$

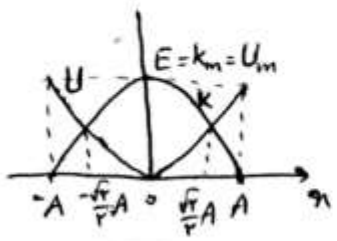
معادله انرژی پتانسیل - زمان:



$$U = U_m \sin^2\omega t$$

$$U_m = E = \frac{1}{2}kA^2$$

معادله انرژی - مکان:



$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

$$K = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$

معادله مستقل سرعت - مکان:

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_m}\right)^2 = 1$$

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

معادله مستقل شتاب - سرعت:

$$\left(\frac{v}{v_m}\right)^2 + \left(\frac{a}{a_m}\right)^2 = 1$$

$$a = \pm\omega\sqrt{v_m^2 - v^2}$$

معادله مستقل شتاب - مکان:

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 = \left(\frac{a}{a_m}\right)^2$$

$$a = -\omega^2 x$$

معادله نیرو - زمان:

$$F = -F_m \sin\omega t$$

$$F_m = mA\omega^2$$

$$F = -m\omega^2 x$$

دوره تناوب آونگ ساده: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

بسامد آونگ ساده: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$

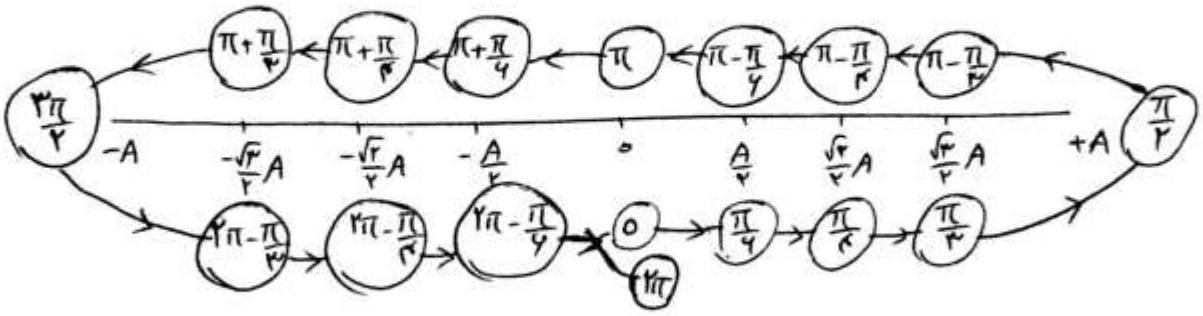
دوره تناوب نوسانگر وزنه-فنر: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

بسامد نوسانگر وزنه-فنر: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

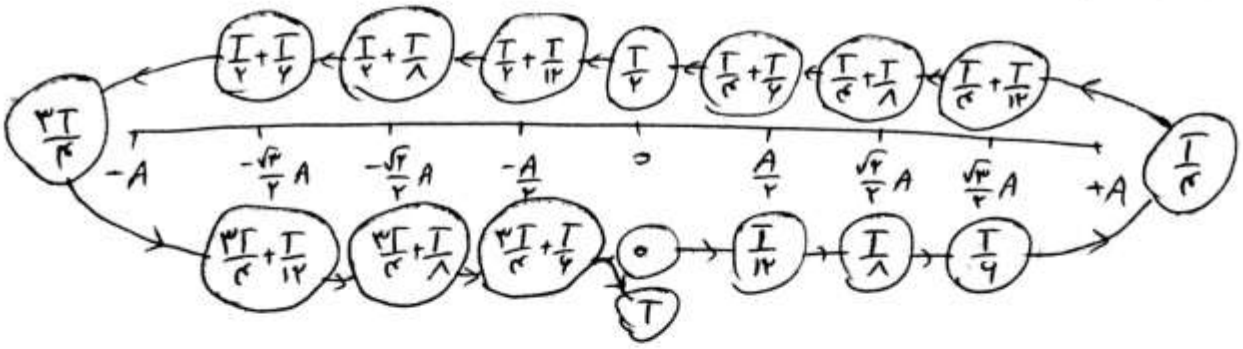
انرژی مکانیکی: $E = K_m = U_m = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = 2m\pi^2f^2A^2$

دایره مثلثاتی حرکت نوسانی :

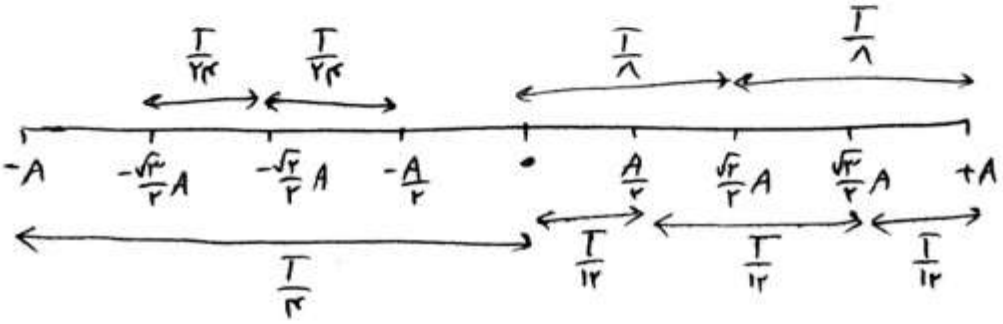
فاز نوسانگر روی پاره خط نوسان :



زمان روی پاره خط نوسان :



مدت زمان روی پاره خط نوسان :



Telegram.me/physicfa

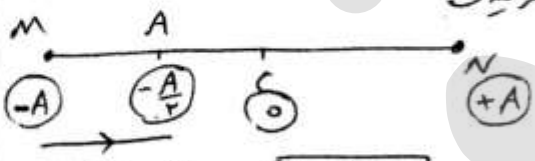
Instagram: @physicfa.ir

Website: physicfa.ir

پاسخ تشریحی جزوه کنکور (حرکت نوسانی)

توسط مصطفی کبیری مدیریت فیزیکفا

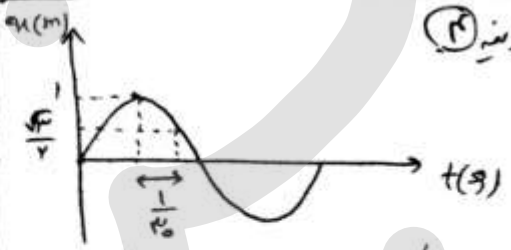
مثال ۱ : گزینه (۳)



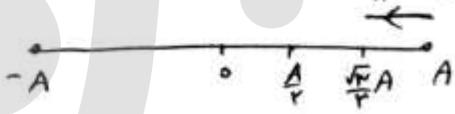
$\frac{T}{4} = 0.2 \rightarrow \boxed{T = 1.2\,s}$

از $-A$ تا $-\frac{A}{2}$ در مدت زمان $\frac{T}{6}$ طی می‌شود.

مثال ۲ : گزینه (۴)



بازه زمانی روی نمودار مکان-زمان را روی پاره‌خط نوسان نشان می‌دهیم: $\frac{T}{12}$



$\frac{T}{12} = \frac{1}{30} \rightarrow T = \frac{12}{30} = 0.4$

مثال ۳ : گزینه (۳)

$F_m = 4N \qquad F = 3\sqrt{3} \qquad \frac{V}{V_m} = ?$

$\frac{F}{F_m} = \frac{a}{a_m} = \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\left(\frac{V}{V_m}\right)^2 + \left(\frac{a}{a_m}\right)^2 = 1 \rightarrow \left(\frac{V}{V_m}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

$\boxed{\frac{V}{V_m} = \frac{1}{2}}$

مثال ۴ : گزینه (۴)

$V^2 = 0.4 - 400x^2$

$V^2 = \omega^2 A^2 - \omega^2 x^2$

$\begin{cases} \omega^2 A^2 = 0.4 \\ \omega^2 = 400 \end{cases} \Rightarrow A^2(400) = 0.4 \Rightarrow A = \frac{1}{100}$

$a_m = A\omega^2 = \frac{1}{100} \times 400 = \boxed{4\ m/s^2}$

مثال ۵ : گزینه (۴)

$m_A = 4\,m_B$

$A_A = 8 \ , \ A_B = 2$ داده‌ها را از روی نمودار می‌نویسیم

در مدت زمان نشان داده شده در نمودار، نوسانگر A، ۱.۵ دور می‌زند و نوسانگر B، ۳ دور می‌زند یعنی

$f_B = 2 f_A$

$F_m = mA\omega^2 = mA(4\pi^2 f^2)$

$\frac{F_{m_A}}{F_{m_B}} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 = 4 \times 4 \times \frac{1}{4} = \boxed{4}$

مثال ۶ : گزینه (۴)

در ناحیه دوم و چهارم، حرکت نوسانگر تندشونده است.

در ناحیه اول و سوم، حرکت نوسانگر کندشونده است.

باید ببینیم نوسانگر در بازه‌ی زمانی ۰ تا $\frac{1}{12}$ ثانیه در ناحیه‌های اول و سوم قرار دارد.

برای این کار ابتدا، $\frac{T}{4}$ را می‌یابیم تا مدت زمان طی کردن هر ناحیه را بیابیم.

$\omega = 10\pi \rightarrow \frac{2\pi}{T} = 10\pi \rightarrow T = \frac{2}{10}$

$\frac{T}{4} = \frac{2}{4 \times 5} = \frac{1}{20}\,s$

نوسانگر کل ناحیه اول را طی می‌کند. $\frac{1}{12} > \frac{1}{20}$ ناحیه اول: $0 \text{ —— } \frac{1}{20}$

ناحیه دوم: $\frac{1}{20} \text{ —— } \frac{1}{10}$ $\frac{1}{10} > \frac{1}{12}$

نوسانگر تا $\frac{1}{12}$ ثانیه نمی‌تواند کل ناحیه دوم را طی کند.

بنابراین متحرک فقط $\frac{1}{20}$ ثانیه حرکتش کندشونده است.

مثال ۷ : گزینه (۲)

$\left.\begin{aligned} a &= -\pi^2 x \\ a &= -\omega^2 x \end{aligned}\right\} \omega^2 = \pi^2 \rightarrow \omega = \pi$

$\frac{2\pi}{T} = \pi \rightarrow \boxed{T = 2\,s}$

Telegram.me/physicfa

Instagram: @physicfa.ir

Website: physicfa.ir