

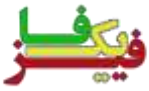
### محاسبه دمای تعادل در صورت تغییر حالت ماده

در یکی از آموزش های فیزیکفا، به گرما و دمای تعادل بین دو یا چند جسم که با یکدیگر تبادل گرما داشتند، پرداختیم و نحوه محاسبه دمای تعادل را با مثال ها و تمرین هایی شرح دادیم. اما در این آموزش به چگونگی محاسبه دمای تعادل در صورت تغییر فاز می پردازیم. یعنی زمانی که ماده ذوب می شود یا برعکس آن منجمد می شود یا حالت هایی که تبخیر و میعان صورت می گیرد.



اگر به جسم جامدی گرما دهیم، دمای آن افزایش می یابد. اگر عمل گرما دادن را برای جامدهای خالص و بلورین ادامه دهیم، وقتی دمای جسم به مقدار مشخصی برسد، افزایش دما متوقف می شود و دما ثابت باقی می ماند. این دما را که در آن جسم شروع به ذوب شدن می کند، نقطه ذوب یا دمای گذار جامد به مایع می نامند که به جنس جسم و فشار وارد بر آن بستگی دارد. بر خلاف جامدهای بلورین، جامدهای بی شکل مانند شیشه و جامدهای ناخالص مانند قیر، نقطه ذوب معینی ندارند و در گستره ای از دما به تدریج ذوب می شوند.

انجماد یک مایع و تبدیل آن به یک جامد، عکس فرایند ذوب شدن است. در اینجا نیز تغییر حالت بدون تغییر دما رخ می دهد. گرمای منتقل شده برای تغییر حالت جسم از جامد به مایع یا از مایع به جامد، با جرم جسم



نسبت مستقیم دارد. نسبت این گرما به جرم جسم را گرمای نهان ویژه ذوب می گویند که به اختصار آن را گرمای نهان ذوب می نامیم و رابطه آن را در زیر مشاهده می کنید:

$$L_F = \frac{Q}{m}$$

گرمای نهان ذوب به جنس جسم بستگی دارد و یکای آن در SI طول بر کیلوگرم (J/Kg) است.

بنابراین برای وقتی جسم جامدی گرما می گیرد و ذوب می شود، گرما از رابطه زیر بدست می آید:

$$Q = +mL_F$$

و وقتی مایعی گرما از دست می دهد و منجمد می شود، گرما از رابطه زیر بدست می آید:

$$Q = -mL_F$$

البته در روش حلی که ما برای شما ارائه می دهیم، علامت مثبت و منفی مهم نیست و فقط مقدار گرمای گرفته شده یا از دست داده شده مهم است.

وقتی به مایعی گرما می دهیم در دمای مشخصی حباب های گاز از درون مایع به بالا می آیند که نشانه جوشیدن است. در این حالت دیگر تغییر دما رخ نمی دهد و مایع تبدیل به گاز می شود که به این فرایند، تبخیر می گوئیم. البته تبخیر در هر دمایی رخ می دهد که به آن تبخیر سطحی می گوئیم و در این حالت نیاز نیست مایع به نقطه جوش برسد. بر عکس این فرایند میعان نام دارد.

نسبت گرمای منتقل شده برای تبخیر هر مایع به جرم مایع بخار شده را گرمای نهان تبخیر می نامیم که از رابطه زیر بدست می آید:

$$L_V = \frac{Q}{m}$$

گرمای نهان تبخیر به جنس مایع بستگی دارد و یکای آن در SI طول بر کیلوگرم (J/Kg) است.

بنابراین برای وقتی مایعی گرما می گیرد و بخار می شود، گرما از رابطه زیر بدست می آید:

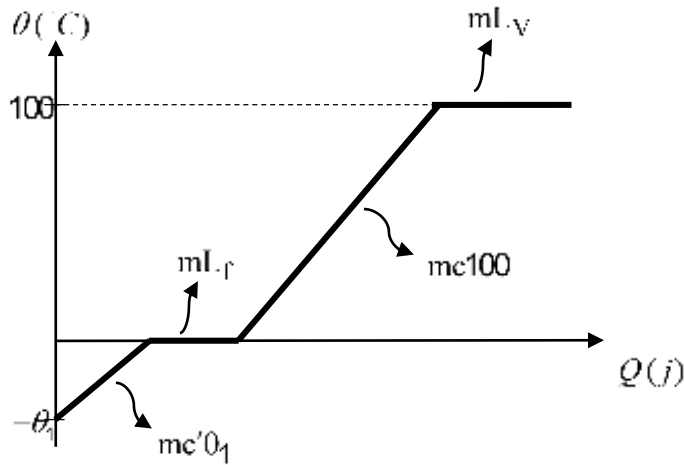
$$Q = +mL_V$$

و وقتی گاز گرما از دست می دهد و تبدیل به مایع می شود، گرما از رابطه زیر بدست می آید:

$$Q = -mL_V$$

البته در روش حلی که ما برای شما ارائه می دهیم، علامت مثبت و منفی مهم نیست و فقط مقدار گرمای گرفته شده یا از دست داده شده مهم است.

نمودار زیر برای اینکه درک صحیحی پیدا کنید که چه زمانی باید از روابط بالا استفاده کرد به شما نشان می دهد:



برای حل مساله های این قسمت ما روش خاصی را در نظر گرفته ایم که در آن گرمای گرفته شده و گرمای از دست داده شده، مهم است. برای انجام این روش حل به نکات زیر توجه کنید:

- ابتدا باید دید چه ماده ای گرما از دست می دهد و چه ماده ای گرما می گیرد. ماده ای که دمای بالاتری دارد گرما از دست می دهد و ماده ای که دمای کمتری دارد گرما می گیرد.
- هنگامی که آب و یخ در فشار یک اتمسفر (فشار سطح دریای آزاد) به تعادل می رسند یعنی پس از رسیدن به تعادل هم یخ و هم آب داشته باشیم، دمای تعادل صفر درجه سلسیوس است.
- آب در فشار یک اتمسفر در دمکای 100 درجه سلسیوس تبخیر می شود و بخار آب در همین دما به آب تبدیل می شود.
- برای حل سوالات، یافتن محصول نهایی بسیار مهم است. یا باید در متن سوال محصول نهایی و دمایش را مشخص کرد و یا اینکه یک آزمایش ساده انجام دهیم. یعنی رساندن ماده به نقاط مرزی تغییر حالت و محاسبه گرمای مورد نیاز. این آزمایش در حل مثال ها و تمرین ها بیشتر توضیح داده شده و راحت تر فهمیده می شود.

- در صورتی که ماده مورد نظر سوال، آب باشد و تغییر حالت های آن بررسی شود می توان در صورتی که ثابت های گرمای ویژه و گرمای نهان ذوب و تبخیر بر حسب اعداد زیر باشند، می توان از ثابت های داخل کادر استفاده کرد تا محاسبات ساده شود. در 90 درصد سوالات این اعداد داده می شوند.

$$C_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{Kg^{\circ}C} , \quad C_{\text{یخ}} = 2100 \frac{J}{Kg^{\circ}C} , \quad L_F = 336000 \frac{J}{Kg}$$

$$C_{\text{آب}} = C , \quad C_{\text{یخ}} = \frac{C}{2} , \quad L_F = 80C$$

**مثال 1:** یک گلوله فلزی به جرم 800 گرم و دمای 42 درجه سلسیوس را روی قطعه یخ بزرگ صفر درجه سلسیوس قرار می دهیم. پس از برقراری تعادل، جرم یخ ذوب شده چند گرم است؟ (گرمای ویژه فلز 0.2J/gC و گرمای نهان ذوب یخ 336J/g است).

**حل مثال 1:** در این مساله دو جسم داریم. 800 گرم فلز با دمای 42 و قطعه یخی با دمای صفر. با توجه به دمای فلز می فهمیم، فلز گرما از دست می دهد و یخ گرما می گیرد تا بخشی از آن ذوب شود و چون یخ بزرگ است پس در نهایت مقداری آب و یخ خواهیم داشت که حتما دمای آنها صفر خواهد بود. پس محصول نهایی فلز با دمای صفر و مقداری آب صفر و باقی مانده یخ صفر خواهد بود.

مقدار گرمایی که فلز از دست می دهد تا به دمای صفر برسد برابر است با مقدار گرمایی که بخشی از یخ می گیرد تا تبدیل به آب صفر شود. یعنی می توان نوشت :

$$|Q_{\text{فلز}}| = Q_{\text{ذوب}}$$

$$mc|\Delta\theta| = m_{\text{یخ ذوب شده}} L_F$$

$$800 \times 0.2 \times 42 = m \times 336$$

$$m = 50g$$

در نتیجه 50 گرم از یخ ذوب دشه و تبدیل به آب صفر می شود.

**مثال 2:** 200 گرم آب صفر را روی 100 گرم یخ منفی 12 درجه سلسیوس می ریزیم. محصول نهایی را مشخص کنید.

**حل مثال 2:** با توجه به اینکه دمای آب صفر بیشتر است، پس آب صفر گرما ازدست می دهد و یخ می زند. اما نمی توان محصول نهایی را مشخص کرد. بنابراین باید آزمایش ساده ای را انجام دهیم. پس فرض های زیر را انجام می دهیم و هر یک از مواد را به اولین شرایط مرزی که می رسد، می بریم و گرما های آنها را حساب می کنیم. و همچنین ثابت ها را بر اساس کادر بالا قرار می دهیم. مطابق زیر :

$$|Q| = mL_F = 200 \times 80C = 16000C \quad \text{: یخ صفر} \rightarrow \text{آب صفر}$$

$$Q = mC_{\text{یخ}} \Delta\theta = 100 \times \frac{C}{2} \times 12 = 600C \quad \text{: یخ صفر} \rightarrow \text{یخ } -12$$

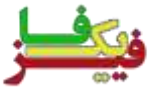
با توجه به اعداد بالا مقدار گرمای لازم برای اینکه کل یخ منفی 12 به یخ صفر تبدیل شود (600C) تامین خواهد شد. و چون هر دو به صفر درجه می رسند پس دمای تعادل صفر است. پس می توان نتیجه گرفت که کل آب صفر یخ نمی زند و فقط بخشی از آن به اندازه گرمای (600C) یخ می زند. یعنی :

$$600C = m_{\text{آب به یخ}} L_F = m_{\text{آب به یخ}} \times 80C$$

$$m_{\text{آب به یخ}} = 7.5 \text{ g}$$

پس محصول نهایی 107.5 گرم یخ صفر و 192.5 گرم آب صفر خواهد بود.

همانطوری که مشاهده کردید در سوالاتی که محصول نهایی مشخص نیست با یک آزمایش ساده، محصول نهایی مشخص می شود. مقایسه دو جمله آزمایش بسیار مهم است.



**تمرین 1:** حداقل چند گرم یخ منفی 20 درجه سلسیوس را در داخل 200 گرم آب صفر درجه بیندازیم تا تمام آب یخ ببندد؟

حل تمرین 1:

چون تدریجاً تمام آب منجمد می‌شود، یخ نیز در نهایت به تعادل می‌رسد پس دمای تعادل صفر درجه سلسیوس است و محصول نظری یخ منجمد است.

$$Q = m L_f = 200 \times 80 \text{ C} = 16000 \text{ C} \quad \text{یخ منجمد} \rightarrow \text{آب منجمد } 200 \text{ g}$$

$$Q = m c \Delta \theta = m \times \frac{c}{4} \times 20 = 5m \text{ C} \quad \text{یخ منجمد} \rightarrow \text{یخ } m \text{ گرم}$$

در مقدار فوق باید برابر هم باشند یعنی کسر شده در کسرهای رده شده برابرند:

$$16000 \text{ C} = 5m \text{ C}$$

$$\text{حداقل یخ مورد نیاز} \quad \boxed{m = 1600 \text{ g}}$$

**تمرین 2:** 6.4 کیلوگرم یخ منفی 10 درجه سلسیوس را در استخر پر از آب صفر درجه می اندازیم، پس از برقراری تعادل وزن یخ چند کیلوگرم می شود؟

حل تمرین 2:

چون دمای آب منفی‌تر از یخ است، پس آب منفی‌تر از یخ سردتر است و در نتیجه دمای آب تغییر می‌کند و یخ منفی‌تر می‌شود یعنی بخشی از آب منفی‌تر می‌شود و در نهایت آب در یخ منفی خواهد رسید.

$$|Q| = mL_f = m \times 10^5 = 10^5 m \text{ C}$$

یخ منفی → آب منفی

$Q = m c \Delta \theta = 4.18 \times \frac{5}{4} \times 10 = 32 \text{ C}$  یخ منفی → یخ 0-  
مقدار گرمایی که آب منفی‌تر می‌دهد تا یخ بزرگ را یخ 0- استوار می‌کند تا تبدیل به یخ منفی شود یعنی:

$$10^5 m \text{ C} = 32 \text{ C}$$

$$m = 0.32 \text{ kg} \text{ مقدار آب یخ زده}$$

پس در نهایت 4.18 kg یخ منفی خواهیم داشت.  $4.18 \text{ kg} + 0.32 \text{ kg} = 4.5 \text{ kg}$  یخ اضافی که یخ از آب

**تمرین 3:** قطعه یخی به جرم  $m$  و دمای صفر درجه ی سلسیوس را درون همان جرم آب  $90$  درجه ی سلسیوس می اندازیم. اگر از اتلاف گرما صرف نظر کنیم، دمای تعادل چند درجه ی سلسیوس خواهد شد؟

حل تمرین ۳ :

آب  $90^{\circ}\text{C}$  گرما از دست می دهد و یخ منفرد گرما می گیرد. محصول دمای منفرد نیست پس باید آزمایش شرایط مرزی را انجام دهیم:

$$m \text{ آب منفرد} - \text{آب } 90 \quad |Q| = mC\Delta\theta = mC \times 90 = 90mC$$

$$m \text{ یخ منفرد} - \text{یخ منفرد} \quad Q = m\lambda = m \times 80^{\circ}\text{C} = 80mC$$

با توجه به اعداد بالا گرمای  $80mC$  مورد نیاز برای تبدیل یخ منفرد به آب منفرد تأمین می شود و با اندازه

$10mC$  باقی مانده دمای  $2m$  آب را با بالاتر از منفرد می برد  
(بخش  $m$  در  $m$  آب)

$$10mC = (2m)C\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 5^{\circ}\text{C}$$

پس در این محصول دمای آب  $5^{\circ}\text{C}$  می شود.



**تمرین 4:** درون ظرفی 400 گرم مخلوط آب و یخ در دمای صفر درجه سلسیوس در حالت تعادل قرار دارد. اگر فلزی به جرم 200 گرم گرمای ویژه  $840 \text{ J/KgC}$  و دمای 105 درجه سلسیوس را داخل آب بیندازیم، بعد از برقراری تعادل، دمای آب به 5 درجه سلسیوس می رسد. جرم یخ چند گرم بوده است؟

حل تمرین 4: با توجه به سؤال مسئله نظامی ۵۰ گرم آب ۵ درجه و فلز ۵۰۰ گرم است.

$$Q_1 = m_1 C \Delta\theta = 5 m_1 C \quad \left. \begin{array}{l} \text{آب } 5^\circ \text{C} \rightarrow \text{آب } 5^\circ \text{C} \\ \text{آب } 5^\circ \text{C} \rightarrow \text{آب } 5^\circ \text{C} \end{array} \right\} \text{گرمای گمشده}$$

$$Q_2 = m_2 L_f + m_2 C \Delta\theta = 15 m_2 C \quad \left. \begin{array}{l} \text{آب } 5^\circ \text{C} \rightarrow \text{آب } 5^\circ \text{C} \\ \text{یخ } 5^\circ \text{C} \rightarrow \text{آب } 5^\circ \text{C} \end{array} \right\}$$

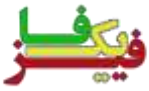
گرمای از دست داده  $|Q_2| = 500 \times 0.2 \times 100 = 10000 \text{ C}$   $\rightarrow$  فلز ۱۰۵ و ۲۰۰

$$\frac{105}{200} = 0.2$$

$$|Q_2| = Q_1 + Q_2 \rightarrow 10000 \text{ C} = 5 m_1 C + 15 m_2 C$$

و  $m_1 + m_2 = 400$   $\rightarrow$  از فرضی از سؤال داریم

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 + 15 m_2 = 14000 \\ m_1 + m_2 = 400 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m_1 = 325 \text{ g} \\ m_2 = 75 \text{ g} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \text{آب اولیه} \\ \text{یخ اولیه} \end{array} \right\}$$



**تمرین 5:** درون 2 کیلوگرم آب 40 درجه سلسیوس مقداری یخ منفی 5 درجه سلسیوس می اندازیم. اگر این آب 294 کیلوژول گرما از دست بدهد تا سیستم به دمای تعادل برسد، جرم یخ چند گرم بوده است؟

حل تمرین 5 :

بدون گرمای از دست داده شده آب صاف است، آزمایش زیر را انجام می دهیم:

آب صاف → آب 5 و 24

$$Q = m c \Delta \theta$$

$$Q = 2 \times 4200 \times 40 = 336000 \text{ J} = 336 \text{ kJ}$$

مساوی می کنیم 294 کیلوژول کمتر از این مقدار است و این یعنی دمای تعادل بیشتر از صفر درجه است.

$$294000 = 2 \times 4200 (40 - \theta_c) \rightarrow \theta_c = 5^\circ \text{C}$$

آب 5°C → آب صاف → یخ صاف → یخ 5-

$$Q = m \frac{c}{f} \lambda \theta + \lambda_0 m c + m c \lambda \theta = 1710 m c$$

$$700 c = 1710 m c \rightarrow m = 0.4 \text{ kg} = 400 \text{ g} \leftarrow \text{مقدار یخ اولییم}$$

$$\frac{294000}{4200} = 70$$