حل تشریحی تمرین‌های انبساط گرمایی مصطفی کبیری فیزیکفا

۱- با گرم کردن گوی، گوی منبسط شده و از حلقه عبور نمی‌کند. ولی اگر حلقه را گرم کنی راحت‌تر از حلقه عبور می‌کند چون حلقه منبسط می‌شود.

۲- فلزی که ضریب انبساط طولی آن بیشتر باشد، با افزایش دما، در قسمت بالایی قرار دارد.
چون ضریب انبساط طولی آهن کمتر از روی است در قسمت پایین قرار گرفته و در داخل خمیدگی قرار می‌گیرد

۳-

$L_{0a} \propto \frac{1}{\alpha_a}$ (تناسب) $L_{0b} \propto \frac{1}{\alpha_b}$ (تناسب)

$$L_b - L_a = [L_{0b}(1+\alpha_b \Delta T)] - [L_{0a}(1+\alpha_a \Delta T)]$$

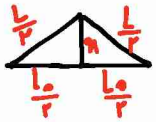
$$L_b - L_a = \frac{1}{\alpha_b}(1+\alpha_b \Delta T) - \frac{1}{\alpha_a}(1+\alpha_a \Delta T) = \left(\frac{1}{\alpha_b} + \Delta T\right) - \left(\frac{1}{\alpha_a} + \Delta T\right)$$

$$L_b - L_a = \frac{1}{\alpha_b} + \cancel{\Delta T} - \frac{1}{\alpha_a} - \cancel{\Delta T} = \frac{1}{\alpha_b} - \frac{1}{\alpha_a}$$

این عبارت برای همه دماهای مختلف برقرار است.

پس $(L_b - L_a)$ اختلاف طول در میله‌ای در هر دمایی یکسان است.

۴- آشکار است از افزایش دما، طول میله L بالاتر خواهد رفت:



$$\text{مثلث قائم‌الزاویه داریم} \rightarrow \left(\frac{L}{2}\right)^2 = h^2 + \left(\frac{L_0}{2}\right)^2 \rightarrow h = \sqrt{\frac{L^2}{4} - \frac{L_0^2}{4}}$$

$$h = \frac{1}{2}\sqrt{L^2 - L_0^2}$$

$$L = L_0(1+\alpha \Delta T) = 3{,}77\,(1 + 25\times10^{-6} \times 32) = 3{,}77\,(1{,}0008) = \boxed{3{,}773\ m}$$

$$h = \frac{1}{2}\sqrt{(3{,}773)^2 - (3{,}770)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{14{,}2325 - 14{,}2129} = \frac{1}{2}(0{,}1428) = \boxed{0{,}0714\ m}$$

۵-

$V = \frac{m}{\rho}$ ← حجم — جرم → m ، چگالی → ρ

جرم با تغییر دما، تغییر نمی‌کند.

$\Delta V = V_1 \beta \Delta T \rightarrow V_2 = V_1(1+\beta\Delta T) \rightarrow \frac{m}{\rho_2} = \frac{m}{\rho_1}(1+\beta\Delta T)$

عکس می‌کنیم ← $\rho_2 = \frac{\rho_1}{(1+\beta\Delta T)} \frac{\times(1-\beta\Delta T)}{\times(1-\beta\Delta T)}$ صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.

$\rho_2 = \frac{\rho_1(1-\beta\Delta T)}{1-\beta^2\Delta T^2} \rightarrow \boxed{\rho_2 = \rho_1(1-\beta\Delta T)}$

از این جمله به دلیل خیلی کوچک بودن در برابر ۱ می‌توان صرف نظر کرد.

$\rho_2 = \rho_1 - \rho_1\beta\Delta T$

$\rho_2 - \rho_1 = -\rho_1\beta\Delta T$

$\boxed{\Delta\rho = -\rho_1\beta\Delta T}$

با افزایش دما، کاهش چگالی خواهیم داشت.

۶-

$\Delta T = \Delta\theta = 100 - 40 = 60$

درصد افزایش طول $= \frac{\Delta L}{L_0} \times 100 = \alpha\Delta T \times 100$

$0/092 = \alpha \times 60 \times 100 \rightarrow \alpha = 23 \times 10^{-6}\ \frac{1}{K}$

$\Delta\rho = -\rho\beta\Delta T$ درصد کاهش چگالی $= \left|\frac{\Delta\rho}{\rho}\right| \times 100 = \beta\Delta T \times 100 = 3\alpha\Delta T \times 100$

$= 3 \times 23 \times 10^{-6} \times 60 \times 100 = 276 \times 10^{-3} = 0/276$

چگالی $0/276$ درصد کاهش می‌یابد.

Telegram.me/physicfa

Instagram: @physicfa.ir

Website: physicfa.ir

۷- $\Delta T = ۲۷۰ - ۲۰ = ۲۵۰^\circ k$ طول اولیه خط کش $L_0 = ۲۰/۰۵ cm$

طول خط کش براساس افزایش دما $L_g = L_0(1+\alpha\Delta T) = ۲۰/۰۵(1+ ۱۱\times۱۰^{-۶} \times ۲۵۰) = ۲۰/۰۵(۱/۰۰۲۷۵) = ۲۰/۱۰۵$

$$\frac{L_g}{L_0} = \frac{۲۰/۱۰۵}{۲۰/۰۵} = ۱/۰۰۲۷$$

هر سانتی متر خط کش جدید برابر ۱/۰۰۲۷ برابر سانتی متر خط کش اولیه است.

طول جدید میله براساس خط کش جدید ۲۰/۱۱ cm اندازه گیری شده است. بنابراین این طول بر اساس خط کش اولیه به صورت زیر بدست می آید:

$$L = ۲۰/۱۱ \times ۱/۰۰۲۷ = ۲۰/۱۶۴۲۹۷ cm$$

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T \rightarrow L = L_0(1+\alpha\Delta T)$$

$$۲۰/۱۹۴۲۹۷ = ۲۰/۰۵(1+\alpha \times ۲۵۰)$$

$$1 + ۲۵۰\alpha = ۱/۰۰۵۷ \rightarrow \alpha = \frac{۰/۰۰۵۷}{۲۵۰} = ۲/۲\times۱۰^{-۵}\ \frac{1}{K}$$

برای بدست آوردن α باید اندازه گیری ها براساس یک خط کش باشد.

۸-

$$V_0 = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ = \frac{۴}{۳}\times۳\times۱۰^۳ = ۴\times۱۰^۳ cm^۳$$

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta T = V_0\left(\frac{۳}{۲}(۲\alpha)\right)\Delta T = ۴\times۱۰^۳ \times \frac{۳}{۲}\times۵\times۱۰^{-۵}\times ۲۵۰ = ۷۵ cm^۳$$

ضریب انبساط سطحی

۹- طبق رابطه متن مسئله

$$\Delta V_{\text{ظاهری}} = V_1(\beta_{\text{گلیسیرین}} - ۳\alpha_{\text{آلومینیوم}})\Delta T$$

$$\Delta V_{\text{ظاهری}} = ۱۱۰(۵/۱\times۱۰^{-۴} - ۳\times۲۳\times۱۰^{-۶}) \times (۲۸-۲۲)$$

$$\Delta V_{\text{ظاهری}} = ۱۱۰ \times ۴۳۱\times۱۰^{-۴} \times ۶ = ۰/۲۳ cm^۳$$

-۱۰

ارتفاع اولیه مایع $h_0 = \frac{۱٫۲۸}{۲} = ۰٫۶۴\ m$

$\Delta T = ۳۳ - ۲۰ = ۱۳$

ارتفاع جدید مایع را از تقسیم حجم جدید مایع بر مساحت سطح مقطع جدید ظرف نسبت به حالت اول به دست می آوریم.

$h_0 = \frac{V_0}{A_0}$

ارتفاع جدید مایع $h = \frac{V}{A} = \frac{V_0(1+\beta\Delta T)}{A_0(1+۲\alpha\Delta T)}$

$h = h_0 \frac{1+\beta\Delta T}{1+۲\alpha\Delta T}$

$h = ۰٫۶۴\left(\frac{1+۴٫۲\times۱۰^{-۵}\times۱۳}{1+۲\times۱٫۱\times۱۰^{-۵}\times۱۳}\right) = ۰٫۶۴\left(\frac{۱٫۰۰۰۵۵}{۱٫۰۰۰۲۹}\right) = ۰٫۶۴۰۱\ m$

$\Delta h = h - h_0 = ۰٫۶۴۰۱ - ۰٫۶۴ = ۰٫۰۰۰۱\ m$

-۱۱

ضریب انبساط سطحی $= ۳٫۶\times۱۰^{-۵}\ K^{-1} \longrightarrow \alpha = \frac{۳٫۶\times۱۰^{-۵}}{۲} = ۱٫۸\times۱۰^{-۵}\ K^{-1}$

ضریب انبساط طولی

چون در مسأله فاصله AB را پس از افزایش دما می خواهد از رابطه انبساط طولی استفاده می کنیم

$L_۲ = L_۱(1+\alpha\Delta\theta)$

$L_۲ = ۵۰(1+۱٫۸\times۱۰^{-۵}\times۲۰۰) = ۵۰\times۱٫۰۰۳۶ = ۵۰٫۱۸\ m = ۵۰۱۸\ mm$

Telegram.me/physicfa

Instagram: @physicfa.ir

Website: physicfa.ir

$\Delta T = 100 - 0 = 100$

طول اولیه $L_{0Fe} = L_{0Cu} + 10^{-3}\ m$

طول جدید $L_{Cu} = L_{Fe} + 0/05 \times 10^{-3}$

$$L_{0Cu}(1+\alpha_{Cu}\Delta T) = L_{0Fe}(1+\alpha_{Fe}\Delta T) + 0/05\times10^{-3}$$

$$(L_{0Fe} - 10^{-3})(1+\alpha_{Cu}\Delta T) = L_{0Fe}(1+\alpha_{Fe}\Delta T) + 0/05\times10^{-3}$$

$$L_{0Fe} + 1/18\times10^{-5}\times100\,L_{0Fe} - 10^{-3} - 1/18\times10^{-5}\times100\times10^{-3} = L_{0Fe} + 1/12\times10^{-5}\times100\,L_{0Fe}$$

$$1/18\times10^{-3}\,L_{0Fe} - 1/12\times10^{-3}\,L_{0Fe} = 1/05\times10^{-3} + 0/0018\times10^{-3} + 0/05\times10^{-3}$$

$$0/6\times10^{-3}\,L_{0Fe} = 1/0018\times10^{-3}$$

$$L_{0Fe} = 2/003\ m$$

Telegram.me/physicfa

Instagram: @physicfa.ir

Website: physicfa.ir